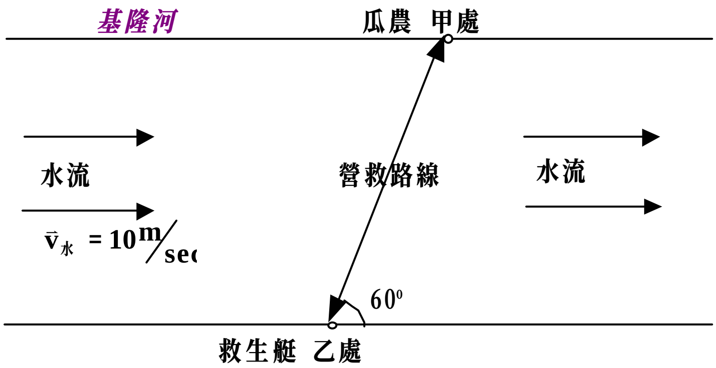
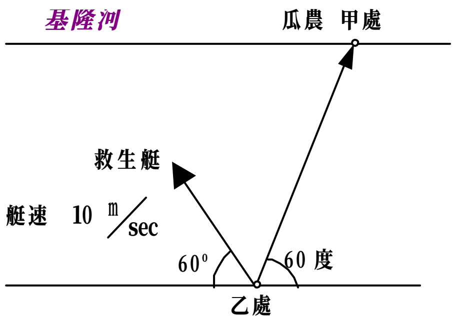
北一女中九十學年度第一學期第一次段考高二數學科試題

一. 多重選擇題:10%.每個選項獨立計分,答對一個選項得 2%.整題未作答者,不計分.

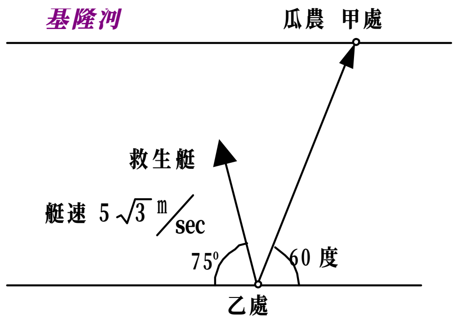
民國九十年九月十七日納莉 襲台,基隆河 河水暴漲,河水流速$\vec{v}_{水}=10\,{}^{m}\!/\!_{sec}$,瓜農*阿貴* 被困在河畔甲處,英勇的消防員小綠綠 欲從甲處的對岸乙處駕駛救生艇直接渡過基隆河 接回瓜農阿貴,如右下圖所示.請問小綠綠 可以下列(1)-(5)方式中,何種方式渡河才能循營救路線順利救回阿貴 ?



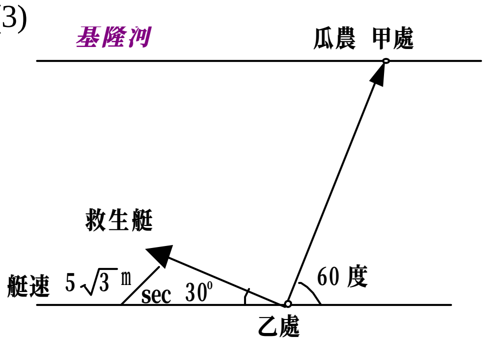
(1)



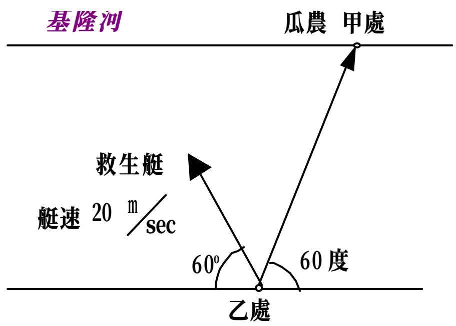
(2)



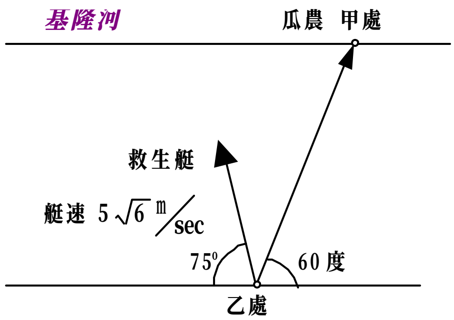
(3)



(4)



(5)



二.**填充題**:80%.**每個空格** 5%.

1. **現有邊長為** 1 **的一個正立方體**,**如果向量** $\vec{u}$ **的始點與終點皆為此正立方體的頂點**,**且** $\left|\vec{u}\right| = \sqrt{3}$,**則此正立方體共可決定** __________ **個不相等的向量** $\vec{u}$.

2. **在** Δ ABC **中**, $\overline{AB} = 2, \overline{BC} = 3, \overline{CA} = 4$**且**$\overline{BE}$**為**$\overline{AC}$**上之中線** ,**則**$\overline{BE}$**之長為**_______.

3. **設** Δ ABC **中**,E **在** $\overline{AC}$ **上且** $\overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 3$;F **在** $\overline{AB}$ **上且** $\overline{AF} : \overline{FB} = 3 : 4$, $\overline{BE}$ **與** $\overline{CF}$ **交於點** P,

   若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$,**則數對**(x,y)=______________.

4. **已知** P(1,3),Q(4,9),**若** R **在直線** $\overleftrightarrow{PQ}$**上**, $\overline{PR} : \overline{QR} = 3 : 2$,**則** R **之座標為** _______________.

5. **通過**(1,2)**且斜率為** $\frac{1}{3}$ **的直線參數式**:__________________.(**表示法非唯一**)

6. **在** Δ DEF **中**, $D(\frac{1}{3},\frac{2}{3}), E(\frac{11}{3},\frac{4}{3})$,**重心**$G(3,3)$,**則** F **之座標為** __________.

7. **五個直線參數式**:(**甲**)$\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 2 + 2t \end{cases}, t \in R$;(**乙**)$\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 + 5t \end{cases}, t \in R$;(**丙**)$\begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = t \end{cases}, t \in R$

   ;(**丁**)$\begin{cases} x = 1 - 6t \\ y = 3 + 4t \end{cases}, t \in R$;(**戊**)$\begin{cases} x = 3 - 8t \\ y = 4 - 4t \end{cases}, t \in R$ **中**,**代表同一條直線的有**_______________.

8. **設向量** $\vec{a} = (\sqrt{3}, -1)$,**一單位向量** $\vec{b}$ **與向量** $\vec{a}$ **的夾角為** 60° **則此單位向量** $\vec{b} =$ ____________ .

9. **已知** x,y **為實數且** $9x^2 + 25y^2 = 81$,**則** $6x + 5y$ **的最大值為** __________;**產生最大值時的數對**(x, y)=______________.

10. **直線** $\sqrt{5}x + 2y = 4$ **上的一個動點** S **至定點** T(-2,2)**的線段長最小值為** __________.

11. **兩直線** 4x-3y= 0,5x-12y= 0 **所夾的鈍角平分線為** __________________.

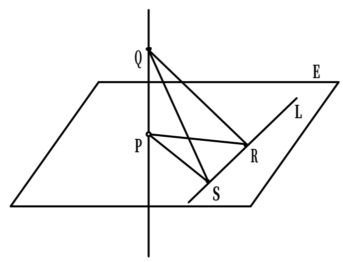
12. **設** ABCD **為一邊長** 9 **的正四面體**,E,F **分別為** Δ DAB, Δ DBC **的重心**,**則** $\overline{EF}$ **之長為** _______.

13. **已知平行四邊形** ABCD **中**,A(1,2,3),B(4,5,6),C(-5,8,7),**則** D **之座標為** ______________.

14. **第一卦限中的點** P(x, y, z)**至** X-**軸**,Y-**軸**,Z-**軸的距離分別為** $2, \sqrt{6}, \sqrt{6}$,**則點** P(x, y, z) **的座標為** ________________.

15. **空間中三點** A(3,0,0),B(0,4,0),C(0,0,5),**則** Δ ABC **的形狀是** __________**三角形**.
   (**請填直角**,**等腰**,**銳角**,**鈍角**,..**等等**)

三.**證明與計算題**:10%.**採分段給分**,**請詳列證明與計算過程**.



1. **直線** $\overleftrightarrow{PQ}$ **垂直平面** E **於** P,L **為平面** E **上不過** P **的直線**,**直線** $\overleftrightarrow{QR}$ **垂直** L **於** R,S **是** L **上異於** R **之點**,**如右圖所示**,**請證明直線** $\overleftrightarrow{PR}$ **垂直** L. 5%

2. **承上題**,**若** $\overline{QS} = 29, \overline{QR} = 21, \overline{PR} = 15$,**則** $\overline{PS} = ?$ 5%

北一女中九十學年度第一學期第一次段考高二數學科答案

一.**多重選擇題**:10%.**每個選項獨立計分**,**答對一個選項得** 2%.**整題未作答者**,**不計分**.

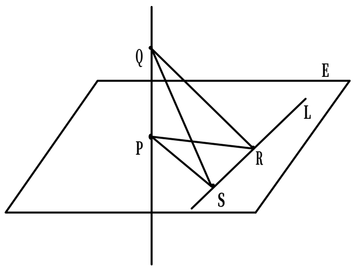
答： (1)(3)(5)

二.**填充題**:80%.**每個空格** 5%.

1. 8	2. $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$	3. $(\dfrac{9}{29},\dfrac{8}{29})$	4. $(10,21),(\dfrac{14}{5},\dfrac{33}{5})$
5. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+\ \ t \end{cases},t\in R$	6. $(5, 7)$	7. **甲**,**丙**,**戊**	8. $(0,-1),(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2})$
9. **最大值** $=9\sqrt{5}$	9. $(\dfrac{6}{5}\sqrt{5},\dfrac{9}{25}\sqrt{5})$	10. $\dfrac{2}{3}\sqrt{5}$	11. $9x+7y=0$
12. 3	13. $(-8, 5, 4)$	14. $(2,\sqrt{2},\sqrt{2})$	15. **銳角**

三.**證明與計算題**:10%.**採分段給分**,**請詳列證明與計算過程**.

1. **證明**: $\because \overleftrightarrow{QP}\perp E,\therefore \begin{cases} \overrightarrow{PQ}\perp\overrightarrow{PR} \\ \overrightarrow{PQ}\perp\overrightarrow{PS} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{PQ}\circ\overrightarrow{PR}=0\cdots(1) \\ \overrightarrow{PQ}\circ\overrightarrow{PS}=0\cdots(2) \end{cases}$



(1)-(2), $\overrightarrow{PQ}\circ(\overrightarrow{PR}-\overrightarrow{PS})=0\Rightarrow\overrightarrow{PQ}\circ\overrightarrow{SR}=0$

$\because \overrightarrow{PR}\circ\overrightarrow{SR}=(\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{QR})\circ\overrightarrow{SR}=\overrightarrow{PQ}\circ\overrightarrow{SR}$

$+\overrightarrow{QR}\circ\overrightarrow{SR}=0+0=0$ $(\because \overleftrightarrow{QR}\perp L)$

$\therefore \overleftrightarrow{PR}\perp$ L

2.**答**: $\because \overleftrightarrow{QR}\perp L\ \therefore \overline{QS}^2=\overline{QR}^2+\overline{SR}^2\Rightarrow\overline{SR}=\sqrt{\overline{QS}^2-\overline{QR}^2}=\sqrt{29^2-21^2}=20$

$\because \overleftrightarrow{PR}\perp$ L $\therefore \overline{\mathrm{PS}}^2=\overline{PR}^2+\overline{SR}^2=15^2+20^2=25^2\Rightarrow\overline{PS}=25$