台北區公立高中 90 學年度第二學期第三次指定科目模擬考試(乙)

第壹部分：電腦可讀題（共 76 分）

一、單一選擇題（佔 14 分）

說明：第 1.至 2.題為單一選擇題，每題選出一個最適當的選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得 7 分，答錯倒扣 1.75 分，未答者，不給分亦不扣分。

1. 一直圓錐的高為 2，底半徑為 2，求內接於此正圓錐的正圓柱之最大側表面積 =?

(1) π (2) 2π (3) 3π (4) 4π (5) 5π

2. 學校舉行保齡球賽。預賽後取前 5 名進入挑戰賽。挑戰賽賽制為：
第一場：預賽第 5 名挑戰預賽第 4 名，獲敗者為第 5 名；
第二場：第一場獲勝者挑戰預賽第 3 名，獲敗者為第 4 名；
第三場：第二場獲勝者出戰預賽第 2 名，獲敗者為第 3 名；
第四場：第三場獲勝者挑戰預賽第 1 名，獲敗者為第 2 名、獲勝者為第一名。
現已知預賽的前五名參賽者，則經挑戰賽後此五位參賽者有幾種不同排名方式？

(1) 4 (2) 16 (3) 32 (4) 120 (5) 240

二、多重選擇題（佔 32 分）

說明：第 3.至 6.題是多重選擇題，每題各有五個選項，其中至少有一個選項是正確的，請選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1.6 分，，完全答對得 8 分；每答錯一個倒扣 1.6 分，未答者，不給分亦不扣分。

3. 設常數 $a \in R$，有一關於 x、y、z 的方程組 $\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=1 \\ x+y+az=1 \end{cases}$，則下列敘述有哪些是正確的？

(1)當 $a=-2$ 時，三平面兩兩交於一線，而三線不共點
(2)當 $a=-1$ 時，三平面交於一線
(3)當 $a=0$ 時，三直線交於一點
(4)當 $a=1$ 時，三平面重合
(5)當 $a=2$ 時，三平面交於一點

4. 已知雙曲線之二漸近線為 $x+y-4=0$、 $x-y+2=0$，且此雙曲線其中一曲線與 x 軸相切於點 $(1,0)$。則下列何者正確？

(1)中心為 $(1,3)$

(2)此雙曲線過點 $(5,-2)$

(3)一焦點為 $(1+3\sqrt{2},3)$

(4)貫軸長為 18

(5)此雙曲線必為等軸雙曲線

5. 設隨機擲兩顆公平的骰子，樣本點為 (a,b) 請問下列敘述何者正確？

(1)兩顆骰子點數相同的機率為 $\dfrac{1}{6}$

(2)兩顆骰子點數和為偶數的機率為 $\dfrac{1}{2}$

(3)至少有一顆出現一點的機率為 $\dfrac{11}{36}$

(4) $x^2+ax+b=0$ 有實根的機率為 $\dfrac{9}{36}$

(5)數列 $<(\dfrac{a}{b})^n>$ 收斂的機率為 $\dfrac{7}{12}$

6. 設 P、A 均為三階方陣，已知 $P=\begin{bmatrix}1&-2&2\\-1&0&1\\0&1&-1\end{bmatrix}$，且 $P^{-1}AP=\begin{bmatrix}-3&0&0\\0&-3&0\\0&0&1\end{bmatrix}$，則下列敘述何者正確？

(1) $P^{-1}=\begin{bmatrix}1&0&2\\1&1&3\\1&1&2\end{bmatrix}$

(2) $P^{-1}=\begin{bmatrix}1&0&2\\-1&1&-3\\1&-1&2\end{bmatrix}$

(3) $A^2=\begin{bmatrix}-7&-16&-32\\-9&0&-18\\8&8&25\end{bmatrix}$

(4) $A^2=\begin{bmatrix}-7&-16&-32\\-8&1&-16\\8&8&25\end{bmatrix}$

(5) $P^{-1}A^4P=\begin{bmatrix}-81&0&0\\0&-81&0\\0&0&1\end{bmatrix}$

三、選填題（佔 30 分）

說明：A.、B.、C.、D.、E.各題為選填題，作答於答案卡上「解答欄」所標示的列號⑦～⑮內。每題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未答者，不給分亦不扣分。

A. 若 $f(x)=x^4-x^3-x^2+kx-2$，且 $f(1-i)=0$，求 $k=$ ＿⑦＿。

B. 已知平面上三點 $A(0,1)$、$B(2,0)$、$C(4,2)$。若直線 $L: y=mx+m-1$ 與 $\triangle ABC$ 有交點，則 m 的最大值＝＿⑧＿。

C. 樂透彩中頭彩的機率約為 $\frac{1}{5250000}$。試問：若擲一硬幣連續 n 次出現正面之機率為 P_n，則 n 至少需為＿⑨⑩＿次，才可使 $P_n \le \frac{1}{5250000}$ 成立。

（$\log 2=0.3010$，$\log 3=0.4771$，$\log 5=0.6990$，$\log 7=0.8451$）

D. 將 $(\sqrt{x}+\frac{2}{x^2})^n$ 展開後，各項依照 x的次數由大到小、從左到右排列，如果第五項的係數與第三項係數比是 $56:3$，則 $n=$ ＿⑪⑫＿。

E. 已知一 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=6$，$\overline{CA}=7$，設 D 在 $\overline{BC}$ 上使 $\overline{BD}:\overline{BC}=1:4$，求 $\overline{AD}=$ $\frac{\sqrt{⑬⑭}}{⑮}$。

第貳部分：人工閱卷（共 24 分）

說明：一、二兩題作答於「非選擇題答案卷」，須寫出計算過程或理由，否則不予計分。每題配分標於題本，須註明題號。

一、 我們在計算“數”時，常會遇到很煩雜的數字或較大的次方，其實它們都有特定的解法可以快速計算出來。試回答下列問題：

(1)利用棣美弗定理求出複數：$(1-i)(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)^{37}=$______（7分）

(2)利用對數運算求出實數：$\sqrt[3]{\frac{12^2\times 13.4}{1.03}}=$______。（7分）

（四捨五入，取到小數點以下第二位）

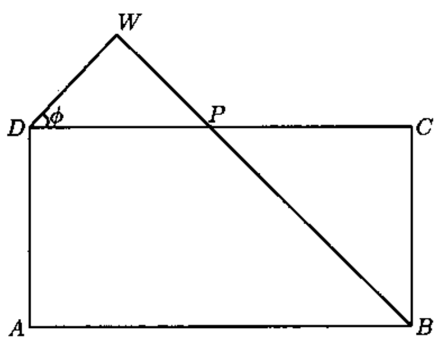
〈對 數 表〉

	0	1	2	3	4	5
1.0	0000	0043	0086	0128	0170	0212
1.1	0414	0453	0492	0531	0569	0607
1.2	0792	0828	0864	0899	0924	0969
1.3	1139	1173	1206	1239	1271	1303
1.4	1461	1492	1523	1553	1584	1614

二、 如圖，$ABCD$是一矩形，$\overline{AB}=1.8m$，$\overline{BC}=\overline{CP}=0.8m$，$\overline{PW}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$，試問：

(1)若求出$\overline{DW}=\sqrt{a}-b$，a、$b\in N$，則$a+b=$______。(5分)

(2)$\phi=$______度。（5分）



數學乙

壹、電腦可讀題

一、單一選擇題（14 分）

1.(2)　2.(2)

二、多重選擇題（32 分）

3.(1)(4)(5)　4.(1)(2)(5)　5.(1)(2)(3)(5)　6.(1)(4)

三、選填題（30 分）

A. 4　B. 2　C. 23　D. 10　E. $\frac{\sqrt{97}}{2}$

第二部分：人工閱卷（24 分）

一、

(1)(a)
$$\begin{aligned}(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)^{37} &= (\cos\frac{2}{3}\pi + i\sin\frac{2}{3}\pi)^{37}\\ &= (\cos\frac{74}{3}\pi + i\sin\frac{74}{3}\pi)\\ &= (\cos\frac{2}{3}\pi + i\sin\frac{2}{3}\pi)\\ &= -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i \quad (4\text{ 分})\end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned}(1-i)(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)^{37} &= (1-i)(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)\\ &= \frac{\sqrt{3}-1}{2}+\frac{\sqrt{3}+1}{2}i \quad (3\text{ 分})\end{aligned}$$

(2)(a)令 $x=\sqrt[3]{\frac{12^2\times 13.4}{1.03}}$

$$\begin{aligned}\log x &= \frac{1}{3}(2\log 12+\log 13.4-\log 1.03)\\ &= \frac{1}{3}(2\times 1.0792+1.1271-0.0128)\\ &= 1.0909 \quad (4\text{ 分})\end{aligned}$$

(b)用內插法求出

$x=12.34$　(3 分)

二、

(1) $\because \overline{PR}=0.8=\overline{RS}$

$\therefore \theta = 45°$

(2) $\triangle OWP$ 中，利用餘弦定理：

$$\begin{aligned}\overline{OW}^2 &= 1^2+(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2})^2-2\cdot 1\cdot\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\\ &= 4-2\sqrt{3} \quad (2\text{ 分})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \overline{OW} &= \sqrt{4-2\sqrt{3}}\\ &= \sqrt{3}-1 \quad \Rightarrow a+b=4 \quad (3\text{ 分})\end{aligned}$$

(3) $\triangle OWP$ 中，利用正弦定理：

$$\frac{\overline{PW}}{\sin\phi}=\frac{\overline{OW}}{\sin 45°} \quad (2\text{ 分}) \Rightarrow \sin\phi=\frac{1}{2},\ \phi=\frac{\pi}{6}$$