# 北 一 女 中 90 學 年 度 第 二 學 期 期 末 考 高 三 理 組 數 學 科 試 題 卷

**一、單選題：每小題 6 分，共 24 分**

**若函數** $y=f(x)=x^4+4x^3+1$**，試回答下列問題：**

1.**函數** $y=f(x)$**在下列哪一區間內為嚴格遞減？**（1）$(-5,-3)$ （2）$(-3,0)$ （3）$(0,3)$ （4）$(3,5)$

2.**函數** $y=f(x)$**的極小值為** （1）1 （2）$-15$（3） $-26$ （4）**不存在．**

3.**函數** $y=f(x)$**在區間**$[-2,2]$**內的最小值為** （1）$-26$（2）$-15$ （3）1 （4）49．

4.**通過切點**$(0,1)$**的切線方程式為** （1）$x=0$ （2）$y=1$ （3）$x-y+1=0$ （4）$x+y+1=0$ ．

**二、多重選擇題：每題 10 分，共 40 分**

1. **下列各函數，何者在** $x=0$ **處不可微分？**

（1） $f(x)=x|x|$ （2） $f(x)=x[x]$ （3） $f(x)=\sqrt{x}$ （4） $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$ （5） $f(x)=x-[x]$

2.**下列敘述何者恆真？**

（1）**若** $f(a)$ **為** $f(x)$ **的極值，則** $f'(a)=0$

（2）**若** $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$**，則** $f(x)$ **在** $x=a$ **處可微分**

（3）**若** $f(x)$ **在** $x=a$ **處可微分，則** $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$

（4）**若** $f'(a)$ **存在，則** $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a-h^2)-f(a)}{h}=0$

（5）**若** $f'(a)=0$**，則** $f(a)$ **為極大值或極小值**

3.**下列敘述何者恆真？**

（1）**若** $f'(a)$ **不存在，且當** $\forall x>a$ **時，** $f'(x)>0$**，當** $\forall x<a$ **時，** $f'(x)<0$**，則** $f(a)$ **為極小值**

（2）**若** $a$ **為** $f(x)$ **之定義域的端點則** $f(a)$ **必為極大值或極小值**

（3）**三次多項函數未必有極值**

（4） $f(x)$ **之最大值為** $f(x)$ **的極大值中最大者**

（5） $f'(a)=0$ **表函數** $y=f(x)$ **的圖形在** $x=a$ **處有一條水平切線**

4.**關於** $f(x)=x^3-3x^2-9x+5$**，下列敘述何者恆真？**

（1） $y=f(x)$**在**$-1<x<3$ **為遞減函數**

（2） $y=f(x)$**有極大值** $f(-1)$

（3） $y=f(x)$**的圖形與** $x$ **軸有三個交點**

（4）**若** $f(x)=k$ **有三個相異實根，則**$-22<k<-1$

（5）**若** $P(t,0)$**是** $y=f(x)$**的圖形與** $x$ **軸的交點，則** $t<4$

**三、填充題：每格 6 分，共 24 分**

1.**已知三次多項式** $f(x)$ **之導函數為** $x^2+4x+4$**，且** $f(x)$ **除以** $x+1$**的餘式為 2，則方程式** $f(x)=0$ **有**__________**個實根。**

2. $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 在 $x = 3$ 處有極小值 0，且過圖形上點( 1，8 )之切線通過( 3，0 )，則 $( a，b，c，d ) =$________________。

3. $f(x) = 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x$ 的圖形上之極大點與極小點所圍成三角形之面積為_________

4.若 $x + 2y = 1$，$x$、$y$ 均為實數，使 $x^3 + 2y^3$ 之極大值為 $a$，極小值為 $b$，則$( a，b ) =$_____________。

**四、計算題：12 分**

1. 以分割逼近法求 $y = f(x) = x^3$ 的圖形與三直線 $y = 0$，$x = 2$，$x = 3$ 圍成之區域面積。

# 北一女中 90 學年度第二學期期末考高三理組數學科答案卷

## 一、單一選擇題：(每題 6 分，共 24 分)

| 1. | 2. | 3. | 4. |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 | 2 |

## 二、多重選擇題：(每題 10 分，共 40 分)

| 1. | 2. | 3. | 4. |
|---|---|---|---|
| 2,3,5 | 3,4 | 3,5 | 1,2,3 |

## 三、填充題：(每格 6 分，共 24 分)

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 1 | $(1,-5,3,9)$ | 21 | $(1,\frac{1}{9})$ |

## 四、計算題：

**1.**

$$Un=\frac{65}{4}+\frac{19}{2n}+\frac{5}{4n^2}$$

$$Ln=\frac{65}{4}-\frac{19}{2n}+\frac{5}{4n^2}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}Un=\lim_{n\to\infty}Ln=\frac{65}{4}$$