

北一女中九十學年度第二學期第一次段考高三數學(乙)題目

壹、選擇題 (20%)

A 、 B 、 C 均為三階矩陣， I 為三階單位方陣， O 為三階零矩陣， $\det(A)$ 表矩陣 A 之行列式值， $r \in \mathbb{R}$ ，則下列何者正確？

- (A) $r(AB) = A(rB)$ (B) A 不為零矩陣且 $AB=AC$ 則 $B=C$
 (C) $A^2 \cdot (A^3)^4 = A^{14}$ (D) $A^3 - I = (A - I)(A^2 + A + I)$
 (E) $(AB)^4 = A^4 B^4$ (F) 若 $(A - 2I)(A - 3I) = 0$ 則 $A = 2I$ 或 $A = 3I$
 (G) $\det(rA) = r \cdot \det(A)$ (H) $\det(AB) \neq 0$ 則 $(AB)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$
 (I) $(ABA^{-1})^5 = AB^5 A^{-1}$ (J) A 有反方陣且 $A^2 = I$ 則 $A^{-1} = A$

貳、填充題 (80%)

1. $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 7 & -5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, 則 $-3A =$ (a) , $A + B =$ (b) ,
 $A^{-1} =$ (c) , B 之轉置矩陣 $B^T =$ (d)

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 9 & -8 & 31 \\ 8 & 14 & -8 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} a & -1 & c \\ b & 4 & -1 \\ 2 & 1 & d \end{bmatrix}$

(1) 若矩陣 Y 滿足 $2Y - 3A = 2(B + 2Y) + A$ 則 $Y =$ (e)

(2) 若 $AX = B$ 則 $b + c =$ (f)

3. 將方程組 $\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + 2y - 3z = -1 \\ x + y - 4z = 1 \end{cases}$ 化為 $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, 則 (1) 矩陣 $A =$ (g)

(2) 若 $A^{-1} = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ 則 $a_{21} + a_{22} + a_{23} =$ (h) (3) 方程組中之 $y =$ (i)

4. $A = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$, 則 $\det(A - xI_2)$ 之最小值為 (j)

5. $A = \begin{bmatrix} -1 & a & 0 \\ 3 & 0 & a^2 \\ 6 & -3 & 1 \end{bmatrix}$, 若 A 沒有反方陣, 則 $a =$ (k)

6. $A = \begin{bmatrix} \cos 27^\circ & \sin 27^\circ \\ -\sin 27^\circ & \cos 27^\circ \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} \cos 72^\circ & -\sin 72^\circ \\ \sin 72^\circ & \cos 72^\circ \end{bmatrix}$, (1) 若 $AB = \begin{bmatrix} \cos q & -\sin q \\ \sin q & \cos q \end{bmatrix}$

且 $-\frac{p}{2} \leq q \leq \frac{p}{2}$, 則 $q =$ (l) (2) $n \in \mathbb{N}$ 且 $(AB)^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 則 n 最小為 (m)

7. 將拋物線 $y = -x^2 + 4x - 2$ 對 $x + y = 0$ 鏡射得圖形, 則 之方程式為 (n)

8. 平面上 $O(0, 0)$, $A(4, 2)$, 若正三角形 ABC 之重心為 O , 且 B 在第二象限, 則 B 之座標為 (o)

9. 將點 P 以原點為中心逆時針旋轉 45° 後, 得點 $(\sqrt{2}, 0)$ 則 P 之座標為 (p)

北一女中九十學年度第二學期第一次段考高三數學(乙)答案

壹、選擇題 (20%)

正確者為 (A), (C), (D), (I), (J)

貳、填充題 (80%)

(a)	(b)	(c)	(d)
$\begin{bmatrix} -9 & 6 \\ -21 & 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 10 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$
(e)	(f)	(g)	(h)
$\begin{bmatrix} -11 & 14 & -41 \\ -12 & -22 & 8 \end{bmatrix}$	- 1	$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{12}$
(i)	(j)	(k)	(l)
$-\frac{19}{12}$	- 34	0 or $-\frac{1}{2}$	45°
(m)	(n)	(o)	(p)
8	$x = y^2 + 4y + 2$	$(-2 - \sqrt{3}, 2\sqrt{3} - 1)$	$(1, -1)$