

北一女中八十九學年度第一學期期末考試高二數學科試題

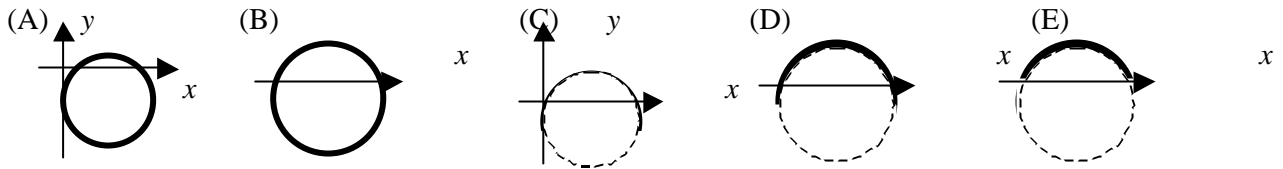
1. 設  $A(1,3)$ ,  $B(3,-3)$ , 直線  $L: 3x - 4y = 6$  (1) 以  $A$  為圓心且與直線  $L$  相切的圓方程式為 【1】

(2) 圓心在直線  $L$  上且過  $A$ 、 $B$  兩點的圓方程式為 【2】

2. 已知兩圓  $x^2 + y^2 = 4$  及  $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$  交於  $A$ 、 $B$  兩點

(1)  $\overline{AB}$  方程式為 【3】 (2) 過  $A$ 、 $B$  及點  $C(-3,1)$  的圓方程式為 【4】

3. 設  $\Gamma: \begin{cases} x = 2 + 4\cos\theta \\ y = -1 + 4\sin\theta \end{cases}$  (1) 若  $0 \leq \theta \leq \pi$ , 下列何者為  $\Gamma$  的正確圖形? 【5】



(2) 若  $P(x, y) \in \Gamma$  且其中  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , 而直線  $2x - 3y = k$  與  $\Gamma$  交於相異兩點, 則  $k$  值範圍為 【6】

4. 設圓  $C: x^2 + y^2 = 16$

(1) 已知點  $A(-6,4)$  在圓外, 則圓  $C$  過  $A$  點的切線方程式為 【7】 (有二解)

(2) 已知點  $B(2,1)$  在圓內, 若  $P$  為圓  $C$  上動點, 則  $\overline{PB}$  的中點所成圖形方程式為 【8】

5. 設球  $S$  方程式為  $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y - 34 = 0$  (1) 球  $S$  的半徑 = 【9】

(2) 已知直線  $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$  交球  $S$  於  $A$ 、 $B$  兩點, 則球心到直線  $L$  的距離 = 【10】,

弦  $\overline{AB}$  中點坐標為 【11】

6. 設球  $S: (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 100$

(1) 已知  $P(5,8,6)$  為球  $S$  外的一點, 過  $P$  作球  $S$  的切線, 得切點  $T$ , 則切線段長  $\overline{PT} =$  【12】

(2) 已知  $Q(1,5,10)$  為球  $S$  上的一點, 過  $Q$  點與球  $S$  相切的平面方程式為 【13】

(3) 已知平面  $E: 2x - y + 2z = 34$  與球  $S$  交於一圓, 則此交圓的圓心坐標為 【14】,

交圓的面積 = 【15】

(4) 若  $R(x, y, z)$  為球  $S$  上的動點, 則  $8x + 4y - z$  的最小值 = 【16】

7. 若未知數依序為  $x, y, z, u$  的方程組之增廣矩陣為  $\left[ \begin{array}{cccc|c} 6 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right]$ , 則其解  $(x, y, z, u) =$  【17】

8. 已知  $\Delta = \begin{vmatrix} k & -3 & 5 \\ 1 & -2 & k \\ 3 & 3 & -k \end{vmatrix} = -(k-3)(k+15)$ , 其中  $k \in \mathbb{R}$

(1) 若方程組  $\begin{cases} kx - 3y + 5z = 15 \\ x - 2y + kz = 3k \\ 3x + 3y - kz = -3k \end{cases}$  有唯一解,  $k$  之條件為 【18】, 其解為 【19】

(2) 方程組  $\begin{cases} 3x - 3y + 5z = -4 \\ x - 2y + 3z = -3 \\ 3x + 3y - 3z = 6 \end{cases}$  之解  $(x, y, z) =$  【20】

北一女中八十九學年度第一學期期末考試高二數學科答案卷

<b>【1】</b> $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 9$	<b>【2】</b> $(x-2)^2 + y^2 = 10$	<b>【3】</b> $3x - y = 5$	<b>【4】</b> $5x^2 + 5y^2 + 6x - 2y - 30 = 0$
<b>【5】</b> D	<b>【6】</b> $7 - 4\sqrt{13} < k < 7 + 4\sqrt{13}$	<b>【7】</b> $y = 4$ $12x + 5y = -52$	<b>【8】</b> $(x-1)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = 4$
<b>【9】</b> $\frac{7\sqrt{3}}{3}$	<b>【10】</b> 2	<b>【11】</b> $(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{4}{3})$	<b>【12】</b> $\sqrt{13}$
<b>【13】</b> $3y + 4z = 55$	<b>【14】</b> $(7, -4, 8)$	<b>【15】</b> $19\pi$	<b>【16】</b> $-88$
<b>【17】</b> $(\frac{1}{2}, 0, 17, 4)$	<b>【18】</b> $k \neq 3$ 且 $k \neq -15$	<b>【19】</b> $(0, 0, 3)$	<b>【20】</b> $(-t + \frac{3}{4}, 4t, 3t - \frac{5}{4})$ $t \in R$