

北一女中八十九學年度第一學期第二次段考高二理組數學科試題

一、選擇題：(每題 5 分，共 20 分)

1. 已知三個相異平面 $E_1: 5x - 7y + z = -18$, $E_2: 5x + y + 2z = -1$, $E_3: 3x - y + z = a$ 恰相交於一直線，試求 a 的值為 (A) -1 (B) 1 (C) -2 (D) 3 (E) -4
2. 若 ABCD 為一正四面體，且 $A(-3, 0, 3)$, $B(0, 3, -3)$, $C(3, -3, 0)$ ，則 D 點至平面 ABC 的正射影之坐標為 (A) $(-1, 0, 1)$ (B) $(1, 0, 1)$ (C) $(-1, 1, 0)$ (D) $(0, 0, 0)$ (E) $(0, 1, -1)$
3. 已知空間中兩向量 $\vec{OA} = (1, 2, 3)$, $\vec{OB} = (-4, 2, 6)$ ，若 \vec{OC} 平分 $\angle AOB$ ，且 $\vec{OC} = x\vec{OA} + \vec{OB}$ ，求 x 的值為 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2 (E) 4
4. 已知方程組：
$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$
 恰有一組解： $x = 2, y = 5$ ，則另一方程組：
$$\begin{cases} 4ex - 5dy = -6f \\ 4bx - 5ay = -6c \end{cases}$$
 的解 (x, y) 為 (A) $(\frac{15}{2}, \frac{12}{5})$ (B) $(\frac{-15}{2}, \frac{-12}{5})$ (C) $(\frac{-15}{2}, \frac{12}{5})$ (D) $(\frac{15}{2}, \frac{-12}{5})$ (E) $(\frac{12}{5}, \frac{15}{2})$

二、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1. 在空間中三點： $A(6, 3, 4)$, $B(3, 3, 0)$, $C(4, 1, 3)$ ，(1)若 $\angle A$ 的平分線交 BC 於 D 點，求 D 點坐標為 _____ (A) _____；(2)若 \overline{AH} 垂直 \overline{BC} 於 H 點，求垂足 H 點的坐標為 _____ (B) _____.
2. 試求通過點 $P(1, 1, -1)$ ，且包含直線 $L: \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \end{cases}$ 的平面方程式為 _____ (C) _____.
3. 設平面 E 包含點 $A(1, 2, 2)$, $B(3, 1, 5)$ ，且與平面 $F: 2x + y - z + 5 = 0$ 垂直，求平面 E 的方程式為 _____ (D) _____.
4. 空間中兩直線 $L_1: \frac{x+1}{2} = -1 + y = -z - 2$ 與 $L_2: \frac{x}{2} = y + 1 = 1 - z$ 試求 L_1 與 L_2 的距離為 _____ (E) _____.
5. 已知 O 為原點，且 $\vec{OA} = (2, 3, 5)$, $\vec{OB} = (-1, 2, 1)$ ，若 $\vec{OP} = \alpha\vec{OA} + \beta\vec{OB}$ ， α, β 為實數，則所有 P 點所成的圖形為一平面，(1)求此平面的方程式為 _____ (F) _____
(2)若 $\vec{OC} = (-3, 1, 4)$ ，則 $|\vec{OC} - \vec{OP}|$ 的最小值為 _____ (G) _____.
6. 已知 a, b, c 為相異的實數，則方程組
$$\begin{cases} x + ay = a^2 \\ x + by = b^2 \\ x + cy = c^2 \end{cases}$$
 的解為(1)恰有一組解(2)無解(3)無限多組解，正確答案為 _____ (H) _____。(請填代號)
7. 空間中四點： $A(1, 2, 3)$, $B(4, -1, 0)$, $C(2, 1, -1)$, $D(3, 3, 3)$ ，試求四面體 ABCD 的體積為 _____ (I) _____.

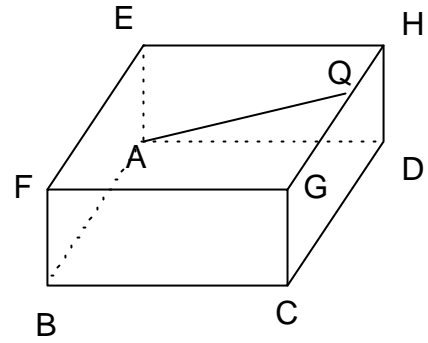
8. 若 k 為實數，且方程組
$$\begin{cases} kx - y + z = 1 \\ 4x - ky + 2z = 2 \\ 6x - 3y + (k+1)z = 3 \end{cases}$$
 無解，求 k 的值為 (J) .

三、計算題：(每小題 5 分，共 20 分)

右圖為長方體 $ABCD-EFGH$ ，且 $\overline{AB} = 3, \overline{AD} = 5, \overline{AE} = 2$ ，若 Q 點在 \overline{GH} 上，

且 $\overline{HQ} : \overline{QG} = 1 : 2$ ，試求下列各小題之結果：

- (1) 若 $\overrightarrow{AQ} = r\overrightarrow{AE} + s\overrightarrow{AD} + t\overrightarrow{AB}$ ，求序對 $(r, s, t) = ?$
- (2) $\triangle ACF$ 的面積為何？
- (3) 對角線 \overline{BH} 交平面 ACF 於 P 點，試求 $\overline{BP} : \overline{PH}$ 的比值為何？
- (4) 試求兩歪斜線 \overrightarrow{AQ} 與 \overrightarrow{BE} 的距離



北一女中八十九學年度第一學期第二次段考高二理組數學科答案

一、選擇題：(每題 5 分，共 20 分)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| E | D | D | C |

二、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

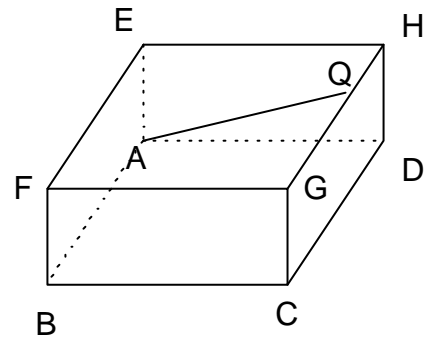
| | | | | |
|---|---|--------------------|---------------------|-----------------------|
| (A) | (B) | (C) | (D) | (E) |
| $(\frac{29}{8}, \frac{7}{4}, \frac{15}{8})$ | $(\frac{57}{14}, \frac{6}{7}, \frac{45}{14})$ | $5x - y + 5z = -1$ | $x - 4y - 2z = -11$ | $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ |
| (F) | (G) | (H) | (I) | (J) |
| $x + y - z = 0$ | $2\sqrt{3}$ | (2) | $\frac{9}{2}$ | -5 |

三、計算題：(每小題 5 分，共 20 分)

右圖為長方體 ABCD-EFGH，且 $\overline{AB} = 3, \overline{AD} = 5, \overline{AE} = 2$ ，若 Q 點在 \overline{GH} 上，

且 $\overline{HQ} : \overline{QG} = 1 : 2$ ，試求下列各小題之結果：

- (1) 若 $\overrightarrow{AQ} = r\overrightarrow{AE} + s\overrightarrow{AD} + t\overrightarrow{AB}$ ，求序對 $(r, s, t) = ?$
- (2) ΔACF 的面積為何？
- (3) 對角線 \overline{BH} 交平面 ACF 於 P 點，試求 $\overline{BP} : \overline{PH}$ 的比值為何？
- (4) 試求兩歪斜線 \overline{AQ} 與 \overline{BE} 的距離



Ans : (1) $(1, 1, \frac{1}{3})$ (2) $\frac{19}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{30}{\sqrt{389}}$