

# 北一女中八十九學年度第二學期第一次段考高二理組數學科試題

## 一、多重選擇題：(每題 10 分,共 20 分)

1. 關於橢圓： $\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2} = 6$ ，下列敘述何者為真？

- (A) 短軸的長為 4      (B) 長軸方程式為  $x - y = 0$       (C) 正焦弦的長為  $\frac{8}{3}$   
 (D)  $(\frac{3}{\sqrt{5}}, \frac{6}{\sqrt{5}})$  為長軸上的一個頂點      (E) 橢圓對稱中心為  $(0, 0)$

2. 試判別下列何者為拋物線： $y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$  的切線方程式？

- (A)  $x = 0$       (B)  $x = 1$       (C)  $y = 1$       (D)  $4x - 2y + 3 = 0$       (E)  $4x + 6y + 3 = 0$

## 二、填充題：(每格 5 分，共 60 分)

1. 已知一拋物線之準線方程式為  $x - y - 3 = 0$ ，頂點坐標為  $(0, 1)$ ，則焦點坐標為 (A)。

2. 若一橢圓的兩焦點坐標分別為  $(-2, 5), (-2, -3)$ ；且經過點  $(-\frac{1}{5}, 5)$ ，則此橢圓之標準式為 (B)。

3. 已知一等軸雙曲線通過點  $(-5, -1)$ ，且一漸近線方程式為  $x + y + 1 = 0$ ，貫軸在直線  $x + 3 = 0$  上，則此雙曲線的標準式為 (C)。

4. 若  $k$  為實數，且拋物線  $y = x^2 + kx - k$  與直線  $x - y - 1 = 0$  交於相異兩點，則  $k$  的範圍為 (D)；若此直線被拋物線所截的線段長為 4，則  $k$  的值為 (E)。

6. 試求與橢圓  $\Gamma_1: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  共焦點，且通過點  $(2, 3)$  之雙曲線  $\Gamma_2$  的標準式為 (F)；並求過點  $(2, 3)$  且與雙曲線  $\Gamma_2$  相切的直線方程式為 (G)。

7. 已知  $P$  為橢圓  $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$  上之一點，則  $P$  到直線  $2x - y + 6 = 0$  的最長距離為 (H)，此時  $P$  點的坐標為 (I)。

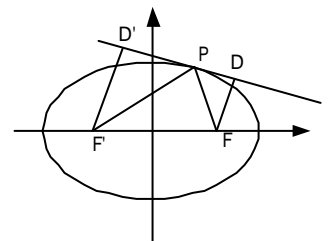
8. 已知方程式  $\frac{(x+2)^2}{9-t^2} + \frac{(y-2)^2}{t+1} = 1$  的圖形為貫軸平行  $x$  軸的雙曲線，則  $t$  的範圍為 (J)。

9. 已知一束光線自點  $A(5, 2\sqrt{3})$  沿著平行  $x$  軸的方向向左前進，碰到拋物線  $y^2 = 4x$  上一點  $B$  後，反射碰上此拋物線上另一點  $C$ ，而依直線  $CD$  之方向前進，試求：  
 (1)  $B$  點坐標為 (K)      (2) 直線  $CD$  之方程式為 (L)。

## 三、計算證明題：(每題 10 分,共 20 分)

1. 已知一動圓  $C$  通過點  $A(-3, 3)$ ，且與圓： $x^2 + y^2 + 6x + 10y - 2 = 0$  相切，則動圓  $C$  的圓心之軌跡為何種圖形？並求此圖形的標準式。

2. 如右圖所示：過橢圓： $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  上之一點  $P$  所作之切線為  $L$ ，分別過



兩焦點  $F, F'$  作直線  $L$  之垂直線段，其垂足分別為  $D, D'$ ，且  $\angle FPF' = \theta$

(1) 試證明：梯形  $DFD'D'$  之面積為  $a^2 \sin \theta$ 。 (2) 若  $a = 4, b = 3, \theta = 60^\circ$  時，求  $\Delta PFF'$  的面積。

# 北一女中八十九學年度第二學期第一次段考高二理組數學科答案

## 一、多重選擇題:(每題 10 分,共 20 分)

1.	2.
ACDE	ADE

## 二、填充題 : (每格 5 分,共 60 分)

A	B	C	D
$(-2, 3)$	$\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$	$\frac{(y-2)^2}{5} - \frac{(x+3)^2}{5} = 1$	$k < -3$ 或 $k > 1$
E	F	G	H
$-1 \pm 2\sqrt{3}$	$\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{2} = 1$	$x - y + 1 = 0$	$3\sqrt{5}$
I	J	K	L
$(\frac{13}{5}, -\frac{19}{5})$	$-3 < t < -1$	$(3, 2\sqrt{3})$	$y = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$

## 三、計算證明題 : (每題 10 分共 20 分)

1. $\frac{(y+1)^2}{9} - \frac{(x+3)^2}{7} = 1$	2. (1) 雙曲線 ; $\frac{(y+1)^2}{9} - \frac{(x+3)^2}{7} = 1$ (2) $3\sqrt{3}$
---	--