

類比型計算機

引用自：單維彰，計算機概論十六講，中央大學數學系

其實計算機未必一定是數位 (digital) 型的，也有類比 (analog) 型的。所謂類比型，基本上就是能作連續形態的輸出。比如，類似心電圖在一個網格紙上畫出連續的曲線，再從網格上讀出數據。這種計算機從古早就用來作積分。

最早有記錄的類比積分器出現於 1814 年。1855 年，寫下電磁波方程的物理學大師麥斯威爾 (J. C. Maxwell) 因工作需要也發明了一個類比型的計算器。這個年代，也就是 Babbage 致力於發明計算機的時代。Maxwell 當然也像當時的許多科學家一樣，開始感到自動計算機的必要性。

假設在 x 軸的 $[0, 1]$ 區間之內，有一個正值的函數 $y = f(x) > 0$ 。想像這個類比積分器有兩支筆桿。輸入者握著一支筆桿描繪函數 $f(x)$ 的圖形。透過兩片互相垂直摩擦轉動的圓盤，牽動另外一支筆桿在另一張紙上畫出一條正值且漸增的連續曲線。設定輸出的曲線也是在 $[0, 1]$ 區間上。則在輸出的這張紙上，對應任一點 $x=c$ 的輸出值就是從 0 到 c 之間， $f(x)$ 與 x 軸之間所圍成的面積。以數學術語說，畫出來的圖形就是通過原點 $(0,0)$ 的 $f(x)$ 反導函數。

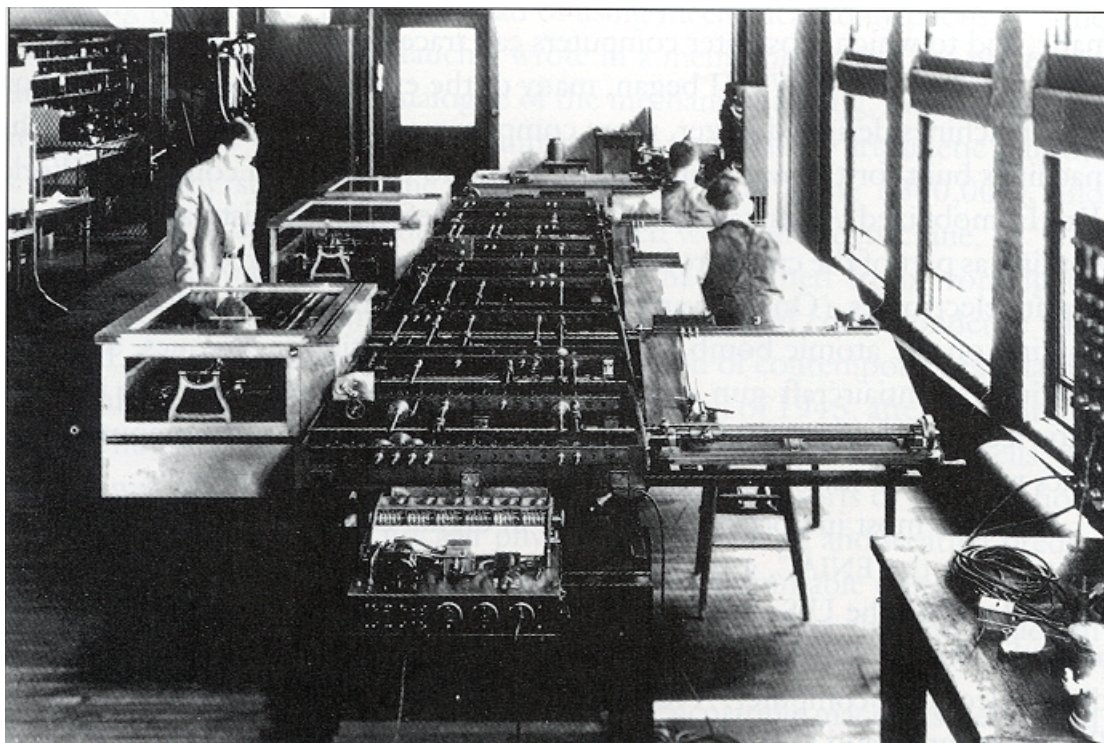
在 1880 左右，英國的另一位物理學家 Lord Kelvin 應用這種類比計算機來分析和預測海潮的漲落。這個機器安插一根管子在海邊，用以記錄水位對時間的函數。假設一天內的水位函數是 $f(x)$ ，它是個週期性函數。有一個數學理論說， $f(x)$ 可以寫成一個正弦 $\sin kx$ 與餘弦 $\cos kx$ 函數的級數，稱為傅立葉級數。這個機器可以計算所謂的傅立葉係數。也就是

$$\int f(x) \cos(kx) dx \quad \int f(x) \sin(kx) dx$$

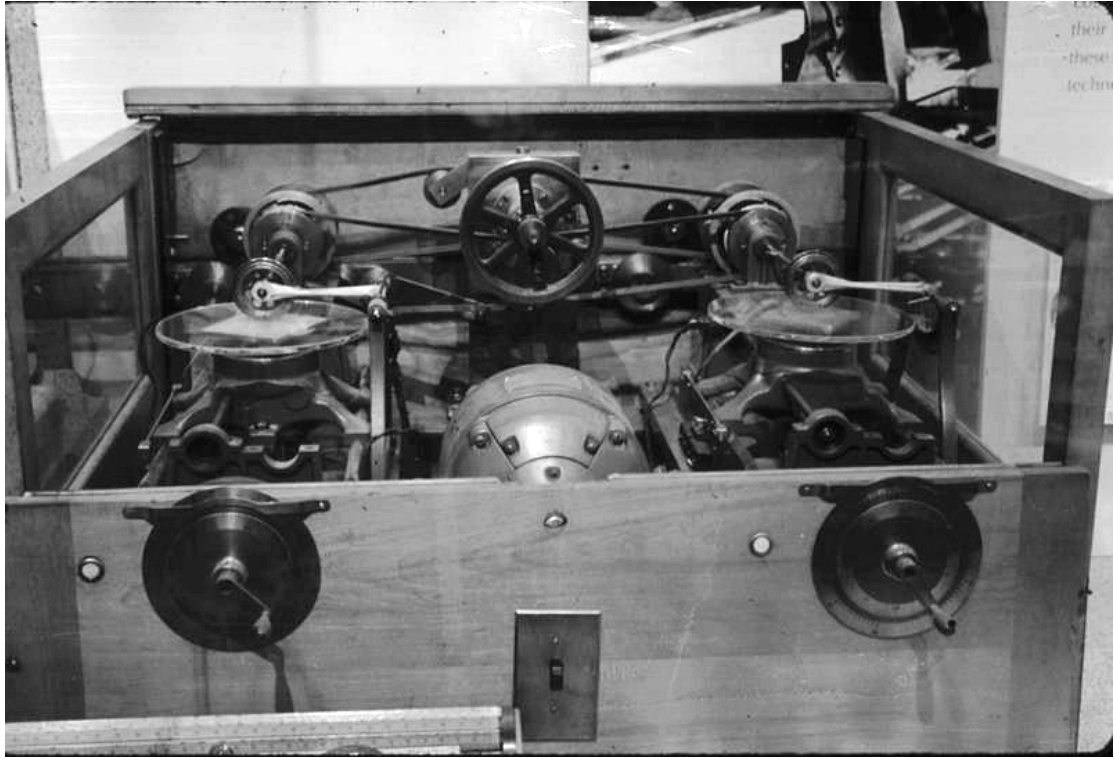
的積分值，其中 k 是非負整數。由於這種運算在數學中稱做調和分析，所以這種計算機又稱為 **調和分析儀** (Harmonic Analyzer)。在十九世紀末，陸續製造了若干個這樣的計算機。

例如在 1897 年間，美國的物理學家 Michelson 設計了一些技術，使得這種調和分析儀可以算出更高項的傅立葉係數；起先是 $0 \leq k \leq 20$ ，後來是 $0 \leq k \leq 80$ 。Michelson (1852--1931) 在 1892 年出任剛成立的芝加哥大學物理系的第一位系主任。他以測定光速以及證明以太 (ether) 不存在方面的工作，獲得 1907 年的諾貝爾物理獎。他帶著這個改良的類比型計算機參加 1900 年在巴黎舉辦的世界博覽會，得了首獎。此外，他從這個計算機的結果，發現了今天所謂的 **Gibbs 現象**。

一直到電子計算機即將問世的 1930 年代，在美國麻省理工學院和其他地方，仍有許多人盡力研究如何改良類比型的計算機。例如 MIT 就製造了一個可以解聯立微分方程式的類比機（基本上還是作積分的步驟）。以下就是 MIT 的類比計算機的照片。



理論上，類比型計算機因為有連續的輸出，所以其精確度可以是無限大。以上所說的有限長位元所造成的機器誤差將不再值得擔心。實際上，一個人要從畫著連續曲線的紙張上讀取數據的時候，仍難免發生誤差。而且這個讀取的步驟並不容易自動化。再者，由於類比型計算機的內部設計無可避免地要使用互相摩擦的轉盤，使得這種計算機的機械複雜度有相當的上限，否則過大的摩擦阻力將妨礙整個機器的運作。所以，這種計算機很快地就讓位給數位型的電子計算機了。以下就是一張類比型計算機的照片。



(單維彰攝於 Washington DC Smithsonian 博物館，1994)

但是類比積分器並沒有真的死去。雖然它不至於活在我們每個人的心中，它卻活在每一家的電表裡面。

所謂一度電，就是持續一小時消耗一千瓦的電力。想像 x 軸代表以小時為單位的時間， y 軸代表以千瓦為單位的耗電量。則一個用戶的用電量可以畫成一個正值的分片連續函數。那麼這個函數和 x 軸所圍成的面積，就是用電的度數。每一個電表裡面，都有一個類比積分器，不停地以積分計算您用電的度數。