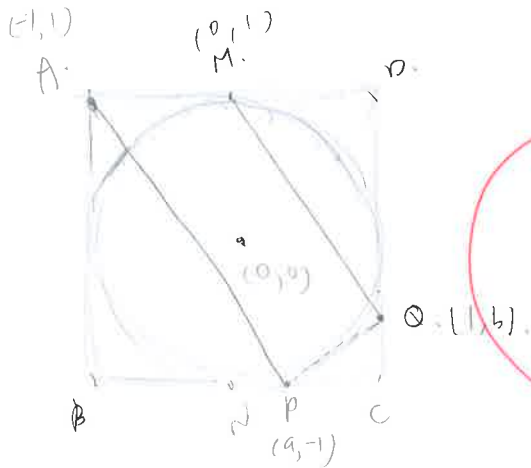


北一女中 105 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二年 勤 班 座號：7 號 姓名：周子涵

題號：6 頁碼/總頁數：_____ (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)



設 $P = (a, -1)$

$Q = (1, b)$

$\therefore \overline{AP} \parallel \overline{MQ}$

$\therefore \overline{AP}$ 的斜率 = \overline{MQ} 的斜率

$\therefore \frac{-2}{a+1} = \frac{-1+b}{1}$

$-2 = -a + ab - 1 + b$

$ab = a - b - 1$ ✓ \circ

若要證圓 Γ 切 \overline{PQ} .

則圓心到 \overline{PQ} 距離為半徑 1.

\overline{PQ} 的方程式為 $y + 1 = \frac{b+1}{1-a}(x-a) \Rightarrow (b+1)x - (1-a)y + (-ab-1) = 0$

圓心到 \overline{PQ} 距離 $= \frac{|1-a + a(b+1)|}{\sqrt{(1-a)^2 + (b+1)^2}} = 1$

$\Leftrightarrow a^2(b+1)^2 - (b+1)^2 + 2a(1-a)(b+1) > 0$

$\Leftrightarrow (1-a^2)(b+1)^2 = 2a(1-a)(b+1)$

$\Leftrightarrow (1-a)(b+1) = 2a$

$\Leftrightarrow a+b+ab+1 = 2a$

$\Leftrightarrow ab = a - b - 1$

與 \circ 相符合，故得證 \overline{PQ} 與 Γ 相切。