

北一女中 105 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 二 年 三 班 座號： 14 號 姓名： 林美妘

題號： 6-4 頁碼/總頁數： _____ (如果只有一頁，可不填)
 (請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$f_n(x) = \sum_{k=0}^n a_k C_k^n x^k (1-x)^{n-k}$$

$$* k \cdot C_k^n$$

$$= k \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$= \sum_{k=0}^n (a_0 + kd) C_k^n x^k (1-x)^{n-k}$$

$$= \frac{n \cdot (n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k)!} = n \cdot C_{k-1}^{n-1}$$

$$= a_0 \sum_{k=0}^n C_k^n x^k (1-x)^{n-k} + d \sum_{k=0}^n k C_k^n x^k (1-x)^{n-k}$$

$$= a_0 [x + (1-x)]^n + d \sum_{k=1}^n n \cdot C_{k-1}^{n-1} x^k (1-x)^{n-k}$$

$$= a_0 + nd \sum_{k=0}^{n-1} C_k^{n-1} x^{k+1} (1-x)^{n-1-k}$$

← 平移

$$= a_0 + ndx \sum_{k=0}^{n-1} C_k^{n-1} x^k (1-x)^{n-1-k}$$

$$= a_0 + ndx [x + (1-x)]^{n-1}$$

$$= a_0 + ndx$$

∵ a_0, n, d 皆為常數 ∴ 得證： $f_n(x)$ 為 x 的一次多項式*