

北一女中 103 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 二 年 長 班 座號： 21 號 姓名： 陶佳寧

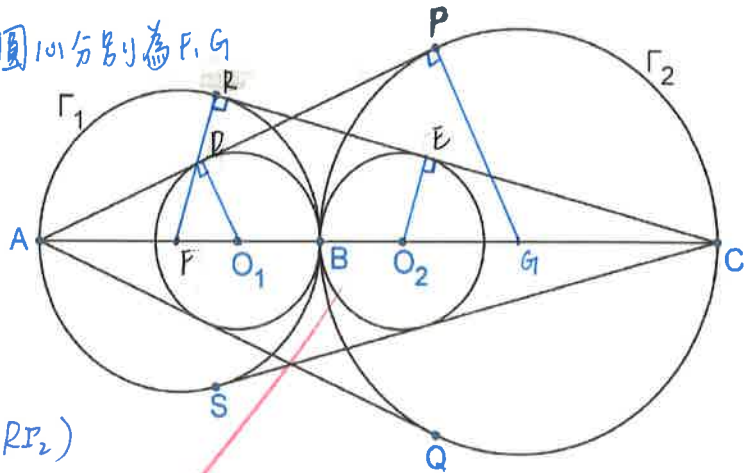
題號： 6-1 頁碼/總頁數： _____ (如果只有一頁，可不填)

10

如右圖，設 PA 切圓 O_1 於 D、

PC 切圓 O_2 於 E，圓 Γ_1 、圓 Γ_2 之圓心分別為 F、G

令圓 Γ_1 、圓 Γ_2 、圓 O_1 、圓 O_2 之半徑
分別為 R_{Γ_1} 、 R_{Γ_2} 、 R_{O_1} 、 R_{O_2} 。



$$\begin{aligned} \because \triangle ADO_1 &\sim \triangle APG \text{ (AA)} \\ \triangle CEO_2 &\sim \triangle CPF \text{ (AA)} \end{aligned}$$

$$\therefore R_{O_1} : R_{\Gamma_2} = (2R_{\Gamma_1} - R_{O_1}) : (2R_{\Gamma_1} + R_{\Gamma_2})$$

$$R_{O_2} : R_{\Gamma_1} = (2R_{\Gamma_2} - R_{O_2}) : (2R_{\Gamma_2} + R_{\Gamma_1})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_{O_1} = \frac{R_{\Gamma_2}(2R_{\Gamma_1} - R_{O_1})}{2R_{\Gamma_1} + R_{\Gamma_2}} \\ R_{O_2} = \frac{R_{\Gamma_1}(2R_{\Gamma_2} - R_{O_2})}{2R_{\Gamma_2} + R_{\Gamma_1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{O_1} \left(1 + \frac{1}{2R_{\Gamma_1} + R_{\Gamma_2}}\right) = \frac{2R_{\Gamma_1}R_{\Gamma_2}}{2R_{\Gamma_1} + R_{\Gamma_2}} \\ R_{O_2} \left(1 + \frac{1}{2R_{\Gamma_2} + R_{\Gamma_1}}\right) = \frac{2R_{\Gamma_1}R_{\Gamma_2}}{2R_{\Gamma_2} + R_{\Gamma_1}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_{O_1} = \frac{2R_{\Gamma_1}R_{\Gamma_2}}{2R_{\Gamma_1} + R_{\Gamma_2}} \times \frac{2R_{\Gamma_1} + R_{\Gamma_2}}{2(R_{\Gamma_2} + R_{\Gamma_1})} = \frac{R_{\Gamma_1} \cdot R_{\Gamma_2}}{R_{\Gamma_1} + R_{\Gamma_2}} \\ R_{O_2} = \frac{2R_{\Gamma_1}R_{\Gamma_2}}{2R_{\Gamma_2} + R_{\Gamma_1}} \times \frac{2R_{\Gamma_2} + R_{\Gamma_1}}{2(R_{\Gamma_2} + R_{\Gamma_1})} = \frac{R_{\Gamma_1} \cdot R_{\Gamma_2}}{R_{\Gamma_1} + R_{\Gamma_2}} \end{cases}$$

$$\therefore R_{O_1} = R_{O_2}$$

\therefore 圓 O_1 與圓 O_2 的半徑相等，得證 #