

北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：一年四班 座號：29號 姓名：劉博的



題號：6-1 頁碼/總頁數： (如果只有一頁，可不填)



(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

令 $x^2 + ax + (b+1) = 0$ 的 2 根為 $\alpha, \beta \in \mathbb{N}$

$$(x-\alpha)(x-\beta) = 0$$

$$b+1 = \alpha\beta \Rightarrow b = \alpha\beta - 1$$

$$a = -(\alpha + \beta)$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (\alpha + \beta)^2 + (\alpha\beta - 1)^2 \\ &= \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 + \alpha^2\beta^2 - 2\alpha\beta + 1 \\ &= \alpha^2 + \alpha^2\beta^2 + \beta^2 + 1 \\ &= \alpha^2(\beta^2 + 1) + (\beta^2 + 1) \\ &= (\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1) \end{aligned}$$

$\because \alpha, \beta \in \mathbb{N}$

$\therefore (\alpha^2 + 1), (\beta^2 + 1)$ 為 > 1 的正整數

$\Rightarrow a^2 + b^2$ 不是質數