

北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 一 年 和 班 座號： 35 號 姓名： 蔡曉祿

題號： 6-1 頁碼/總頁數： _____ (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$x^2 + ax + (b+1) = 0$$

設 2 根為 α, β , $\alpha, \beta \in \mathbb{N}$

$$\alpha + \beta = -a \Rightarrow a^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$$

$$\alpha\beta = b+1 \Rightarrow b = \alpha\beta - 1 \Rightarrow b^2 = \alpha^2\beta^2 - 2\alpha\beta + 1$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 + \alpha^2\beta^2 - 2\alpha\beta + 1 \\ &= \alpha^2\beta^2 + \alpha^2 + \beta^2 + 1 \\ &= (\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1) \end{aligned}$$

$$\because \alpha \in \mathbb{N}$$

$$\therefore \alpha^2 \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + 1 \in \mathbb{N}, \text{ 且 } \alpha^2 + 1 \neq 1$$

$$\text{同理 } \beta^2 + 1 \in \mathbb{N}, \text{ 且 } \beta^2 + 1 \neq 1$$

$\Rightarrow a^2 + b^2$ 不是質數