

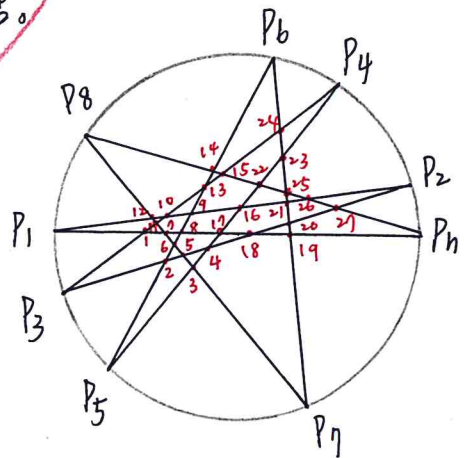
北一女中 102 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 一年 良 班 座號： 23 號 姓名： 陳佳瑋

題號： 5-b 頁碼/總頁數： _____ (如果只有一頁，可不填)

1. 依題意首先考慮一圓周上有 n 個相異點，且 n 為奇數，構造一條由 n 段弦組成的封閉折線(一筆畫)，使折線各段相交所得的交點為最多。為了使交點為最多，在構造折線的每一段，後畫的弦與前面每一個不與其相鄰的弦都應相交，且不過已有的交點。

2. 如右圖，設直徑的兩端點為 P_1, P_n ，在半圓靠近 P_n 的地方取黑點 P_2 ，在另一半圓靠近 P_1 的地方取黑點 P_3 ，然後在弧 $\widehat{P_1 P_2}$ 上取黑點 P_4 ，使弦 $P_3 P_4$ 不過已有的交點，這是可以成立的，因為弧 $\widehat{P_1 P_2}$ 上有無數個點，而已有的交點只有有限個，同樣的方法，在弧 $\widehat{P_3 P_n}$ 上取黑點 P_5 ，使弦 $P_4 P_5$ 不過已有的交點，...，直至在弧 $\widehat{P_{n-3} P_n}$ 上取定點 P_{n-1} ，使弦 $P_n \rightarrow P_{n-1}$ 和弦 $P_{n-1} P_n$ 都不過已有的交點。



3. 觀察折線各段每一段上的交點個數，每一段最多與其他 $n-3$ 段相交，(弦本身與其相鄰的兩弦都不與之相交) 產生 $n-3$ 個交點，故此 n 段弦上共有 $n(n-3)$ 個交點，但每個交點都屬於兩條弦相交，所以最多有 $\frac{n(n-3)}{2}$ 個交點。

故 $n=101$ 時，有 $\frac{101 \times 98}{2} = 4949$ 個交點。