

北一女中 102 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：一年 溫 班 座號：15.20 號 姓名：紀蓉、陳心平

題號：4 頁碼/總頁數：4/5 (如果只有一頁，可不填)

$$999 = 3^3 \times 37$$

分母約分後可能情況： $1, 3, 3^2, 3^3, 37, 3 \times 37, 3^2 \times 37, 3^3 \times 37$

約分後分子必與分母互質，且比分母小

約分後分子可能的值：

① $\frac{1}{999}$ 不能再約分

$1 \rightarrow$ 存在

② $2 \sim 36$ 皆與 37 互質

③ 約分後不可能是 37

$\frac{37}{37}, \frac{37}{3 \times 37}, \frac{37}{3^2 \times 37}, \frac{37}{3^3 \times 37}$ 還可約分

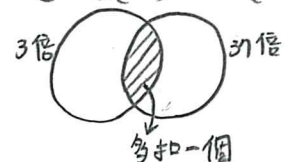
\rightarrow 同理， 37 的倍數也不可能

④ $38 \sim 999$ 僅可能存在在 $3 \times 37, 3^2 \times 37, 3^3 \times 37$ 這三個分母
若要互質，必不可能為 3 或 37 的倍數

$$(999 - 38 + 1) - (333 - 13 + 1) - (27 - 2 + 1) + (9 - 1 + 1)$$

$38 \sim 999$ 的個數 3 的倍數個數 37 的倍數個數 3×37 的倍數個數
 $3 \times 13, 3 \times 14, \dots, 3 \times 333$ $37 \times 2, 37 \times 3, \dots, 37 \times 3^3$ $(3 \times 37), (3 \times 37) \times 2, \dots, (3 \times 37) \times 9$

+ 36
1~36 的個數



$$= 962 - 321 - 26 + 9 + 36$$

$$= 660$$