

# 北一女中 103 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二 年 良 班 座號：3 號 姓名：王翊蓁



題號：5-4 頁碼/總頁數：\_\_\_\_\_ (如果只有一頁，可不填)

以  $n$  表示為：
$$\frac{(n-1)(n+2)+\sqrt{2}}{n^2-2}$$
，其中  $2 \leq n \leq 2016, n \in \mathbb{N}$

化簡：
$$\frac{(n-1)(n+2)+\sqrt{2}}{n^2-2} = \frac{n^2+n-2+\sqrt{2}}{n^2-2} = 1 + \frac{n+\sqrt{2}}{n^2-2} = 1 + \frac{1}{n-\sqrt{2}} = \frac{n+1-\sqrt{2}}{n-\sqrt{2}}$$

故題目可化簡為：
$$\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \times \frac{4-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} \times \frac{5-\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}} \times \dots \times \frac{2017-\sqrt{2}}{2016-\sqrt{2}} = \frac{2017-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{4034 + 2015\sqrt{2} - 2}{2}$$

$$= 2016 + \frac{2015}{2}\sqrt{2} = p + q\sqrt{2}$$

$$A: (p, q) = \left( 2016, \frac{2015}{2} \right)$$