

北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二年良班 座號：3,7,7 號 姓名：呂承樺, 林育萱, 劉若愉

題號：5-4 頁碼/總頁數：\_\_\_\_\_ (如果只有一頁，可不填)

$$\left(\frac{a^3+b}{ab}\right) \in \mathbb{N} \Rightarrow a^3+b = kab, \text{ 其中 } k \in \mathbb{N}$$

$$a^3+b = kb(a), kb \in \mathbb{N} \Rightarrow a|(a^3+b) \Rightarrow a|b, \text{ 令 } b=pa, p \in \mathbb{N}$$

$$a^3+pa = kpa^2, \text{ 又 } a \neq 0 \Rightarrow a^2+p = kpa \Rightarrow a|p, \text{ 令 } p=qa, q \in \mathbb{N}$$

$$a^2+qa = kqa^2, a+q = kqa \Rightarrow a|q, \text{ 令 } q=ra, r \in \mathbb{N}$$

$$a+ra = kra^2 \Rightarrow 1+r = kra, 1 = r(ka-1), \text{ 又 } r, (ka-1) \in \mathbb{Z} \text{ 且 } r \in \mathbb{N} \Rightarrow r=1 \text{ 且 } ka-1=1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=a^3 \\ ka=2 \end{cases}, \text{ 又 } a, b, k \in \mathbb{N} \Rightarrow (a, b, k) = (1, 1, 2) \text{ or } (2, 8, 1)$$

故  $(a, b) = (1, 1) \text{ or } (2, 8)$   
#