

# 北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 一 年 和 班 座號： 35 號 姓名： 蔡曉怡

題號： 5-4 頁碼/總頁數： \_\_\_\_\_ (如果只有一頁，可不填)  
 (請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

設  $\frac{a^3+b}{ab}$  為正整數

$$\therefore ab \mid a^3+b$$

$$\therefore b = ax, x \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow \frac{a^3+ax}{a^2x} \text{ 為正整數}$$

$$\therefore a^2x \mid a^3+ax$$

$$\therefore x = ay, y \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow \frac{a^3+a^2y}{a^3y} \text{ 為正整數}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{y} + \frac{1}{a} \text{ 為正整數}$$

設 ①  $y=1$   
 $\Rightarrow a=1$   
 $\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$

②  $y=2$   
 $\Rightarrow a=2$   
 $\Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=8 \end{cases}$

③  $y=n, n \geq 3$   
 $\frac{1}{a} = \frac{n-1}{n}$  無法約分，不合

$$\therefore \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \text{ or } \begin{cases} a=2 \\ b=8 \end{cases}$$