

# 北一女中 106 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 三年勤 班 座號： 14 號 姓名： 林郁芬 ☆

題號： 5-2 頁碼/總頁數： \_\_\_\_\_ (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

設  $a_1 \sim a_{2018}$  中有  $n$  個  $1$ ， $m$  個  $-1$ ，( $n+m=2018$ ， $n, m \in \mathbb{Z}$ )  
 令  $N(x) \equiv$  滿足  $a_i a_j = x$  的  $(a_i, a_j)$  數對組數 ( $1 \leq i \leq j \leq 2018$ )

$$\text{則 } N(1) = \underbrace{C_2^n}_{(1,1)} + \underbrace{C_2^m}_{(-1,-1)}$$

$$N(-1) = C_1^n \cdot C_1^m$$

$$S = 1 \cdot N(1) + (-1) \cdot N(-1)$$

$$= C_2^n + C_2^m - C_1^n C_1^m$$

$$= \frac{n(n-1)}{2} + \frac{m(m-1)}{2} - nm$$

$$= \frac{1}{2} (n^2 - n + m^2 - m - 2nm)$$

$$= \frac{1}{2} [(n-m)^2 - (n+m)]$$

$$= \frac{1}{2} [(2n-2018)^2 - 2018]$$

$$= 2(n-1009)^2 - 1009$$

當  $n = 1009 \pm \sqrt{\frac{1009}{2}}$  ( $\doteq 1031$  or  $987$ ) 時，

$$S = 0$$

當  $n=987, m=1031$

$\Rightarrow$  或  $n=1031, m=987$

時， $|S|$  有最小值

$n$	986	987	988	1030	1031	1032
$m$	1032	1031	1030	988	987	986
$S$	52	-41	-127	-127	-41	52
$ S $	52	41	127	127	41	52

41  
\*