

北一女中 106 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二年 溫 班 座號：12 號 姓名：張育瑄

題號：5-2 頁碼/總頁數：2/6 (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$S = a_1 a_2 + a_1 a_3 + a_1 a_4 + \dots + a_{2017} a_{2018}$$

$$\Rightarrow 2S \Rightarrow (a_1 a_2 + a_1 a_3 + a_1 a_4 + \dots + a_{2017} a_{2018})$$

$$= (a_1 + a_2 + \dots + a_{2018})^2 - (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{2018}^2)$$

$$\because a_k = 1 \text{ or } -1 \Rightarrow a_k^2 \text{ 必為 } 1 \therefore (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{2018}^2) = 2018$$

$$\text{即 } 2S = (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2018})^2 - 2018$$

又因所求為 $|S|$ 的 Minimum

$\therefore (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2018})^2$ 為接近 2018 的數。

$$44^2 \leq 2018 \leq 45^2 \Rightarrow 1936 \leq 2018 \leq 2025$$

令 a_k 中有 x 個 1, y 個 -1

$$\text{when } (a_1 + a_2 + \dots + a_{2018})^2 = 45^2$$

$$\begin{cases} x+y=2018 \\ x-y=45 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |S| = |45^2 - 2018| \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 8 \text{ (不合)}$$

$$\text{when } (a_1 + a_2 + \dots + a_{2018})^2 = 44^2$$

$$\Rightarrow |S| = |44^2 - 2018| \times \frac{1}{2} = 82 \times \frac{1}{2} = 41$$

故 $|S|$ min 為 41