

北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 二 年 良 班 座號： 3,7,27 號 姓名： 呂承樺, 林育萱, 劉若愉

題號： 4-6 頁碼/總頁數： _____ (如果只有一頁，可不填)

$$\sum_{k=1}^n a(k) = a(1) + a(2) + a(3) + \dots + a(2^n)$$

$$= [a(1) + a(3) + \dots + a(2^n - 1)] + [a(2 \times 1) + a(2 \times 3) + \dots + a(2 \times (2^{n-1} - 1))] + [a(2^2 \times 1) + a(2^2 \times 3) + \dots + a(2^2 \times (2^{n-2} - 1))] + \dots + [a(2^{n-1} \times 1) + a(2^{n-1} \times 3) + \dots + a(2^{n-1} \times (2^{n-(n-1)} - 1))] + a(2^n)$$

$$= [1 + 3 + 5 + \dots + (2^n - 1)] + [1 + 3 + 5 + \dots + (2^{n-1} - 1)] + \dots + (1 + 3) + 1 + 1$$

\downarrow 共 2^{n-1} 位 \downarrow 共 2^{n-2} 位 \downarrow 共 $2^{n-(n-2)-1} = 2$ 位 \downarrow 共 $2^{n-(n-1)-1} = 1$ 位

$$= (2^{n-1})^2 + (2^{n-2})^2 + \dots + 2^2 + 1^2 + 1$$

$$= (1 + 4 + \dots + 4^{n-2} + 4^{n-1}) + 1$$

$$= \frac{1(4^{n-1+1} - 1)}{4 - 1} + 1$$

$$= \frac{4^n - 1}{3} + 1$$

$$= \frac{4^n + 2}{3}, \text{ 故得證 } \#$$

10