

北一女中 106 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 二 年 溫 班 座號： 12 號 姓名： 張育瑄 ★

題號： 4-5 頁碼/總頁數： 5/6 (如果只有一頁，可不填) 10
 (請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$\frac{p}{q} - \frac{4}{r+4} = 1 \Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{r+5}{r+1} \quad \because p, q, r \text{ 皆為質數}$$

$$\therefore \frac{r+5}{r+1} \text{ 可表示成 } \frac{np}{nq} \quad (n \in \mathbb{N}), \text{ 又 } (r+5) - (r+1) = 4, \text{ 可知 } n=4$$

① when $n=1 \Rightarrow q=r+1, p=r+5 \quad \because p, q$ 至少有一奇數 $\therefore r$ 為偶數 (偶+奇=奇)
 得 $r=2, p=7, q=3 \quad (p, q, r) = (7, 3, 2)$

② when $n=2$, 設 $r=2k+1 \Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{2k+6}{2k+2} = \frac{2(k+3)}{2(k+1)}$, 即 $p=k+3, q=k+1$
 可知 p, q, r 皆為奇數, 即 k 為偶數, 且 $p-q=2$
 $\Rightarrow q=3$ 時, $p=5, r=5 \quad \Rightarrow (p, q, r) = (5, 3, 5)$

此外 p, q 皆不為 3 的倍數, 故設 $p=6t+1, q=6t-1$

$$\Rightarrow 6t-1 = k+1 \quad k=6t-2 \Rightarrow r = 2(6t-2) + 1 = 12t-3 = 3(4t-1) \text{ (不合)}$$

③ when $n=3$ (不合) $(r+5), (r+1)$ 不可能同時為 3 的倍數

$$\because \text{若 } r+1 = 3t, \Rightarrow r+5 = 3t+4 = 3(t+1)+1 \text{ (不合)}$$

④ when $n=4$, 設 $r+1=4k \Rightarrow r+5=4k+4$, 可得 $\frac{p}{q} = \frac{4k+4}{4k} = \frac{4(k+1)}{4k}$

$$\text{即 } p=k+1, q=k \Rightarrow q=2 \quad (p=3 \therefore r=7)$$

$$\text{故 } (p, q, r) = (3, 2, 7)$$

✘

A. (7, 3, 2), (5, 3, 5), (3, 2, 7)