


北一女中 105 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二年 言誠 班 座號：14 號 姓名：林奕忱 

題號：41 頁碼/總頁數：1 (如果只有一頁，可不填)
 (請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$\log X + \log Y \leq \log k \cdot \sqrt{(\log X)^2 + (\log Y)^2}$$

平方

$$(\log X)^2 + 2 \cdot \log X \cdot \log Y + (\log Y)^2 \leq (\log k)^2 [(\log X)^2 + (\log Y)^2]$$

$$\Rightarrow \frac{(\log X)^2 + 2 \log X \log Y + (\log Y)^2}{(\log X)^2 + (\log Y)^2} \leq (\log k)^2$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{2 \cdot \log X \cdot \log Y}{(\log X)^2 + (\log Y)^2} \leq (\log k)^2$$

keys 求其 max 則不等式恆成立

keys by 算幾: $\frac{(\log X)^2 + (\log Y)^2}{2} \geq \sqrt{(\log X)^2 (\log Y)^2} \Rightarrow \underline{(\log X)^2 + (\log Y)^2 \geq 2 \log X \cdot \log Y}$

ie. 分母恆 ≥ 分子 $\therefore \frac{2 \cdot \log X \cdot \log Y}{(\log X)^2 + (\log Y)^2} \max = 1$

$$\Rightarrow 2 \leq (\log k)^2 \Rightarrow \sqrt{2} \leq \log k \text{ (負不合)} \Rightarrow 10^{\sqrt{2}} \leq k$$

$\therefore \min k = 10^{\sqrt{2}}$