

北一女中 105 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 1 年 禮 班 座號：4 號 姓名：周子涵

題號：2 頁碼/總頁數：_____ (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

一組解為 1, 2, 4, 8, ... 1024 (公比為 2, 項數 11 項)

設有一組解公比為 $\frac{q}{p}$, 首項為 A ($q > p$), $(p, q) = 1$

則數列 $A, A \times \frac{q}{p}, A \times \frac{q^2}{p^2}, A \times \frac{q^3}{p^3}, \dots, A \times \frac{q^{10}}{p^{10}}$

又 $(p, q) = 1$, $A \times \frac{q^{10}}{p^{10}} \in \mathcal{N}$, $\therefore p^{10} \mid A$

$$A = p^{10} \Rightarrow \begin{cases} p=1 & \text{or} \\ q=2 & \end{cases} \begin{cases} q=2 \\ q=3 \dots \end{cases} \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 中 $A \geq p^{10} = 1024$, $A \cdot \left(\frac{q}{p}\right)^{10} \geq q^{10} = 3^{10}$ (不合)

$\therefore p=1, q=2$, \mathcal{N} 的最大值是 11