

北一女中 103 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二年 良 班 座號：12 號 姓名：林采恩

題號：4-1 頁碼/總頁數：1/6 (如果只有一頁，可不填)

10

$$\because \frac{a^3b-1}{a+1} \in \mathbb{N}$$

$$\therefore a+1 \mid a^3b-1$$

$$\Rightarrow a+1 \mid a^3b-1-b(a+1)$$

$$\Rightarrow a+1 \mid ab(a^2-1)-(b+1)$$

$$\because a+1 \mid a^2-1$$

$$\therefore a+1 \mid b+1 \quad \text{--- ①}$$

$$\text{又} \because \frac{ab^3+1}{b-1} \in \mathbb{N}$$

$$\therefore b-1 \mid ab^3+1$$

$$\Rightarrow b-1 \mid ab^3+1-a(b-1)$$

$$\Rightarrow b-1 \mid ab(b^2-1)+a+1$$

$$\because b-1 \mid b^2-1$$

$$\therefore b-1 \mid a+1 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{由 ① ② 得 } b-1 \mid b+1$$

$$\Rightarrow b-1 \mid b+1-(b-1)$$

$$\Rightarrow b-1 \mid 2$$

$$b-1 = \pm 1, \pm 2$$

$$b = -1, 0, 2, 3$$

(不合) (不合)

(i) $b=2$ 時

$$\textcircled{1} a+1 \mid 3 \quad \text{且} \quad \textcircled{2} 1 \mid a+1$$

$$a+1 = \pm 1, \pm 3$$

$$a = -4, -2, 0, 2$$

(不合) (不合) (不合)

(ii) $b=3$ 時

$$\textcircled{1} a+1 \mid 4 \quad \text{且} \quad \textcircled{2} 1 \mid a+1$$

$$a+1 = \pm 1, \pm 4$$

$$a = -5, -3, 1, 3$$

(不合) (不合)

(a, b) 可為

$(2, 2), (1, 3), (3, 3)$

#