北一女中105學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：一年良班　座號：17號　姓名：黃昭淳

題號：5　　頁碼／總頁數：＿＿＿＿（如果只有一頁，可不填）

（請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。）

WLOG 令 $m \geq n > 0$

$m^2 < m^2+3n < m^2+4m+4$

$\because m^2 < m^2+3n < (m+2)^2$ 又 (m^2+3n) 為完全平方數

$\therefore m^2+3n = (m+1)^2$

$3n = 2m+1$

$n^2+3m = n^2+3\times\frac{3n-1}{2} = n^2+\frac{9}{2}n-\frac{3}{2}$

$\because n^2 < n^2+\frac{9}{2}n-\frac{3}{2} < (n+3)^2$ 又 $(n^2+\frac{9}{2}n-\frac{3}{2})$ 為完全平方數

$\therefore n^2+\frac{9}{2}n-\frac{3}{2} = (n+1)^2$ 或 $(n+2)^2$

1°) $n^2+\frac{9}{2}n-\frac{3}{2} = (n+1)^2$

$\frac{9}{2}n-\frac{3}{2} = 2n+1$

$\frac{5}{2}n = \frac{5}{2}$

$n = 1 = m$

2°) $n^2+\frac{9}{2}n-\frac{3}{2} = (n+2)^2$

$\frac{9}{2}n-\frac{3}{2} = 4n+4$

$\frac{1}{2}n = \frac{11}{2}$

$n = 11$

$m = \frac{3\times 11-1}{2} = 16$

A：$(m,n) = (1,1)$ 或 $(11,16)$ 或 $(16,11)$