

北一女中 103 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二年良班 座號：15 號 姓名：馬正苡

題號：3-5 頁碼/總頁數：_____ (如果只有一頁，可不填)

若 $x_1 \geq x_2$

由 $\begin{cases} (x_3+x_4+x_5)^5 = 3x_1 \\ (x_4+x_5+x_1)^5 = 3x_2 \end{cases}$ 可知, $x_3+x_4+x_5 \geq x_4+x_5+x_1 \Rightarrow x_3 \geq x_1 \Rightarrow x_3 \geq x_2$

由 $\begin{cases} (x_4+x_5+x_1)^5 = 3x_2 \\ (x_5+x_1+x_2)^5 = 3x_3 \end{cases}$ 可知, $x_5+x_1+x_2 \geq x_4+x_5+x_1 \Rightarrow x_2 \geq x_4 \Rightarrow x_3 \geq x_4$

由 $\begin{cases} (x_5+x_1+x_2)^5 = 3x_3 \\ (x_1+x_2+x_3)^5 = 3x_4 \end{cases}$ 可知, $x_5+x_1+x_2 \geq x_1+x_2+x_3 \Rightarrow x_5 \geq x_3 \Rightarrow x_5 \geq x_4$

由 $\begin{cases} (x_1+x_2+x_3)^5 = 3x_4 \\ (x_2+x_3+x_4)^5 = 3x_5 \end{cases}$ 可知, $x_2+x_3+x_4 \geq x_1+x_2+x_3 \Rightarrow x_4 \geq x_1 \Rightarrow x_2 \geq x_4 \geq x_1$
 $\Rightarrow x_1 = x_2$

若 $x_1 \leq x_2$, 同理可得 $x_1 = x_2$

由以上得知, 必存在 $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5$

故代入任一方程式: $(3x_1)^5 = 3x_1$
 $\Rightarrow x_1 = 0$ 或 $\pm \frac{1}{3}$

所求 = $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, 0, 0, 0, 0)$ 或 $\pm(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

A: $(0, 0, 0, 0, 0)$ 或 $\pm(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$