

北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 二 年 良 班 座號：3.1.27 號 姓名：呂承樺. 林育萱. 劉若愉

題號：3-3 頁碼/總頁數：_____ (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$1^{\circ} \frac{a}{(a+1)(b+1)} + \frac{b}{(b+1)(c+1)} + \frac{c}{(c+1)(a+1)} \geq \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow a(c+1) + b(a+1) + c(b+1) \geq \frac{3}{4}(a+1)(b+1)(c+1)$$

$$\Leftrightarrow (a+1)(b+1)(c+1) - abc - 1 \geq \frac{3}{4}(a+1)(b+1)(c+1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(a+1)(b+1)(c+1) \geq 2$$

$$\Leftrightarrow abc + ab + bc + ca + a + b + c + 1 \geq 8$$

$$\Leftrightarrow (ab + bc + ca) + (a + b + c) \geq 6 \quad (*)$$

2^o 由廣義算幾不等式知

$$\frac{ab + bc + ca}{3} \geq \sqrt[3]{ab \cdot bc \cdot ca} = 1$$

$$\Rightarrow ab + bc + ca \geq 3 \quad \text{--- ①}$$

$$\frac{a + b + c}{3} \geq \sqrt[3]{abc} = 1$$

$$\Rightarrow a + b + c \geq 3 \quad \text{--- ②}$$

3^o by ①. ② 式

得 (*) 成立

∴ 本題得證 ✱