

# 北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 一 年 溫 班 座號： 26 號 姓名： 蔡欣婷

題號： 3-3 頁碼/總頁數： \_\_\_\_\_ (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$\frac{a}{(a+1)(b+1)} + \frac{b}{(b+1)(c+1)} + \frac{c}{(c+1)(a+1)} \geq \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a(c+1) + b(a+1) + c(b+1)}{(a+1)(b+1)(c+1)} \geq \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{ac + ab + bc + a + b + c}{abc + ab + ac + bc + a + b + c + 1} \geq \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{ab + ac + bc + a + b + c}{ab + ac + bc + a + b + c + 2} \geq \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{2}{ab + ac + bc + a + b + c + 2} \geq \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{ab + ac + bc + a + b + c + 2} \leq \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow ab + ac + bc + a + b + c + 2 \geq 8$$

$$\Leftrightarrow ab + ac + bc + a + b + c \geq 6$$

$$\because a, b, c > 0 \text{ 且 } a \times b \times c = 1$$

$$\Rightarrow \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc} = 1$$

$$\Rightarrow a+b+c \geq 3 \text{ --- ①}$$

$$\frac{ab+ac+bc}{3} \geq \sqrt[3]{a^2b^2c^2} = 1$$

$$\Rightarrow ab+ac+bc \geq 3 \text{ --- ②}$$

$$\text{①} + \text{②} \Rightarrow a+b+c + ab+ac+bc \geq 6$$

故得證  $\ast$

