

北一女中 107 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 三年溫班 座號： 12 號 姓名： 張育瑄

題號： 3-1 頁碼/總頁數： 1/6 (如果一題只有一頁，可不填)
 (請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

令 $2n+1 = (2k+1)^2$, $k \in \mathbb{N}$ (因為 2 不是 $2n+1$ 的因數) $\Rightarrow n = \frac{2k^2 + 2k}{2}$
 依題意 $2n+2, 2n+3, \dots, 3n+2$ 都不是完全平方數。

$$\Rightarrow (2k+2)^2 > 3n+2$$

$$4k^2 + 8k + 4 > 6k^2 + 6k + 2$$

$$\Rightarrow 2k^2 - 2k - 2 < 0$$

$$\Rightarrow k^2 - k - 1 < 0$$

$$\Rightarrow \frac{1-\sqrt{5}}{2} < k < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$-0.618... < k < 1.618...$$

$$k = 0 \text{ or } 1 \text{ (0 不合)}$$

when $k=1$ 時 $n=4$, 此時 $2n+1$ 為 9 是完全平方數;

但 $2n+2 \sim 3n+2$ 都沒有完全平方數。
 $\begin{matrix} \parallel & \parallel \\ 10 & 14 \end{matrix} \Rightarrow n=4 \times$

備註：當 $k \geq 2$, $2n+1$ 為完全平方數則 $2n+2 \sim 3n+2$ 必有完全平方數存在。

驗證：
 $k=2, n=12, 2n+1=25, 2n+2 \sim 3n+2 = 26 \sim 38$ (36 不合)
 $k=3, n=24, 2n+1=49, 2n+2 \sim 3n+2 = 50 \sim 74$ (64 不合)
 $k=4, n=40, 2n+1=81, 2n+2 \sim 3n+2 = 82 \sim 122$ (100, 121 不合)
 $k=5, n=60, 2n+1=121, 2n+2 \sim 3n+2 = 122 \sim 182$ (144, 169 不合)。