


北一女中 103 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 二 年 溢 班 座號： 15.10 號 姓名： 紀堯.陳心平 

題號： 6 頁碼/總頁數： 6/6 (如果只有一頁，可不填)

$$f(x)f(y) + f(x+y) = xy$$

當 $x=0$, y 為任意數, $f(0)f(y) + f(y) = 0$, $(f(0)+1)f(y) = 0 \Rightarrow f(0) = -1$ 或任意 $f(y) = 0$

因代入任意非零數 ex. $f(1)f(2) + f(3) = 2$ 可知任意 $f(y) = 0$ 不合, 因此 $f(0) = -1$

當 $x=1$, $y=-1$, $f(1)f(-1) + f(0) = -1$, 因 $f(0) = -1$, $f(1)f(-1) = 0$

可能情況有三: $f(1) = 0$ 且 $f(-1) \neq 0$, $f(-1) = 0$ 且 $f(1) \neq 0$, $f(1) = f(-1) = 0$

$$\hookrightarrow f(1)f(x) + f(x+1) = x$$

$$f(x+1) = x$$

$$\ast f(x) = x-1$$

$$\hookrightarrow f(-1)f(x) + f(x-1) = -x$$

$$f(x-1) = -x$$

$$\ast f(x) = -(x+1)$$

$$\hookrightarrow f(-1)f(2) + f(1) = -2$$

$$0 + 0 = -2$$

不合 #

馬後證: $f(x)f(y) + f(x+y)$

$$= (x+1)(y-1) + (x+y-1)$$

$$= xy - x - y + 1 + x + y - 1$$

$$= xy$$

馬後證: $f(x)f(y) + f(x+y)$

$$= (-(x+1))(-y+1) + (-(x+y)+1)$$

$$= xy + x + y + 1 - x - y - 1$$

$$= xy$$

Ans $f(x) = x-1$

或 $f(x) = -(x+1) \#$