

# 北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 二 年 勤 班 座號： 10 號 姓名： 李菁芳

題號： 2-6 頁碼/總頁數： \_\_\_\_\_ (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

首位數字      平方後首位數字

2                      4 ~ 8

3                      9, 1

4                      1, 2

5                      2, 3

6                      3, 4

7                      4, 5, 6

8                      6, 7, 8

9                      8, 9

只有首位數字是 8 或 9 可能

$$10^x \leq 10^{\frac{1-\log 9}{2015}} \times 10^x - 10^{\frac{1-\log 9}{2015}}$$

$$\left(10^{\frac{1-\log 9}{2015}} - 1\right) \times 10^x \geq 10^{\frac{1-\log 9}{2015}}$$

$$10^x \geq \frac{10^{\frac{1-\log 9}{2015}}}{10^{\frac{1-\log 9}{2015}} - 1} \doteq 19125.313$$

$$x \geq 5$$

99999 為一個符合小綠主張的正整數

⇒ 小綠的主張正確

設該正整數為  $10^x - 1$      $x$  為正整數

$10^x - 1$  首位數字為 9

$$(10^x - 1)^{2015} \geq 9 \times 10^{2015x - 1}$$

若可找到符合此條件的正整數  $x$

則小綠的主張正確

$$2015 \log(10^x - 1) \geq \log 9 + 2015x - 1$$

$$1 - \log 9 \geq 2015(x - \log(10^x - 1))$$

$$\frac{1 - \log 9}{2015} \geq \log \frac{10^x}{10^x - 1}$$

$$\frac{10^x}{10^x - 1} \leq 10^{\frac{1 - \log 9}{2015}}$$