

北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 二年射 班 座號： 13 號 姓名： 林以翎

題號： 2-3 頁碼/總頁數： _____ (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3$$

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = (x+y)(x+y)$$

$xy=0$ 或 $x^2 - xy + y^2 = x+y$ 時等式成立

case 1.

$$x+y=0, \quad x=-y$$

數對 (x, y) 若為 $(n, -n)$ 的形式 (其中 n 為任意整數)，
滿足所求

case 2.

$$x^2 - xy + y^2 = x + y$$

$$x^2 - x - xy + y^2 - y = 0$$

$$x^2 - (1+y)x + (y^2 - y) = 0$$

使 $x \in \mathbb{R} \Rightarrow D \geq 0$

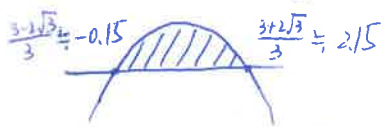
$$D = (y+1)^2 - 4(y^2 - y)$$

$$= y^2 + 2y + 1 - 4y^2 + 4y$$

$$= -3y^2 + 6y + 1$$

$$\frac{-6 \pm \sqrt{36+12}}{-6} = \frac{-6 \pm 4\sqrt{3}}{-6}$$

$$= \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{3}$$



$$\frac{3-2\sqrt{3}}{3} \leq y \leq \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$$

y 為整數 $\Rightarrow y=0$ or 1 or 2

同理, $y^2 - (1+x)y + (x^2 - x) = 0$

$$\frac{3-2\sqrt{3}}{3} \leq x \leq \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$$

x 為整數 $\Rightarrow x=0$ or 1 or 2

以 y 代入 $x^2 - x - xy + y^2 - y = 0$ 求解:

① $y=0$,

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0, \quad x=0 \text{ or } 1$$

② $y=1$,

$$x^2 - x - x + 1 - 1 = 0$$

$$x(x-2) = 0, \quad x=0 \text{ or } 2$$

③ $y=2$,

$$x^2 - x - 2x + 4 - 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0, \quad x=1 \text{ or } 2$$

得解 $(0,0), (1,0), (0,1), (2,1), (1,2), (2,2)$

以 x 代入 $x^2 - x - xy + y^2 - y = 0$ 亦得這些解

數對 $(x, y) = (0,0), (1,0), (0,1), (2,1), (1,2), (2,2)$

A. 或 $(n, -n)$, 其中 n 為任意整數