

# 北一女中 107 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

林芷蕙  
陳品璇  
張紫翎

13. 19. 8

班別：一年 恭 班 座號：15. 9 號 姓名：陳妍珊、林瑜瑋

題號：2-1 頁碼/總頁數：1 (如果一題只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

欲證：a, b, c ∈ R. 若  $c(a+b+c) < 0$ ，則  $b^2 - 4ac > 0$

① 若 a, b 同時為 0，將 a, b 代入原式，得  $c^2 < 0 \Rightarrow \rightarrow \leftarrow \Rightarrow a, b$  不同時 = 0

②. 1. a ≠ 0 且 b ≠ 0

$$\text{設 } f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(0) = c$$

$$f(1) = a + b + c$$

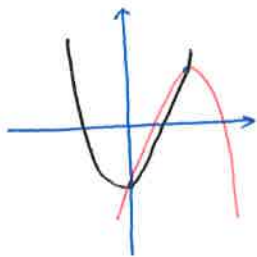
已知有解時判別式  $b^2 - 4ac \geq 0$ ，但  $\because f(0) \cdot f(1) < 0$ ， $\therefore f(x)$  沒有重根  $\rightarrow b^2 - 4ac > 0$

法 (1)

if  $f(0) \cdot f(1) < 0$ ，必有解 (基本根定理)

法 (2)

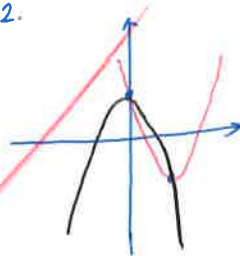
case 1.



$f(0) < 0, f(1) > 0 \Rightarrow$  有解

$$\Rightarrow b^2 - 4ac > 0$$

case 2.



$f(0) > 0, f(1) < 0 \Rightarrow$  有解

②. 2 a = 0 且 b ≠ 0

$$b^2 - 4ac > 0 \quad \because b \neq 0 \quad \therefore b^2 > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$$

②. 3 a ≠ 0 且 b = 0

$\because (a+b+c)c < 0 \rightarrow a+b+c$  與  $c$  不同號

if  $b=0$ ，則  $a, c$  不同號，

$$\begin{array}{l} b^2 - 4ac > 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 0 \quad \text{負} \end{array}$$

$$0 - (\text{負數}) > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$$

②. 1, ②. 2, ②. 3 皆符合命題，得證