

北一女中 105 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：一年良班 座號：17 號 姓名：黃品淳

題號：6 頁碼/總頁數： (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$x+y \leq 2, x, y \in \mathbb{R}, x, y > 0$$

$$\therefore \frac{x}{xy+y}, \frac{y}{xy+x} \text{ 均大於零}$$

\therefore 可用算幾不等式

$$\frac{\frac{x}{xy+y} + \frac{y}{xy+x}}{2} \geq \sqrt{\frac{x}{xy+y} \cdot \frac{y}{xy+x}}$$

$$\frac{x}{xy+y} + \frac{y}{xy+x} \geq 2 \sqrt{\frac{x}{y(x+1)} \cdot \frac{y}{x(y+1)}} = 2 \sqrt{\frac{1}{(x+1)(y+1)}}$$

$$\because x, y > 0 \wedge x+y \leq 2$$

$$\frac{x+1+y+1}{2} \geq \sqrt{(x+1)(y+1)}$$

$$(x+1)(y+1) \leq \frac{(x+y+2)^2}{4} \leq 4$$

$$\frac{1}{(x+1)(y+1)} \geq \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{xy+y} + \frac{y}{xy+x} \geq 2 \sqrt{\frac{1}{(x+1)(y+1)}} \geq 2 \sqrt{\frac{1}{4}} = 1$$

得證