

北一女中 105 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二年 禮 班 座號：36 號 姓名：賴昭蓉

題號：1-6 頁碼/總頁數：_____ (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

已知 $x+y \leq 2$

$\therefore x, y$ 為正實數

$\therefore x+y \geq 2\sqrt{xy}$ (算幾不等式)

$$\frac{(x+y)^2}{4} \geq xy$$

$$\text{又} \because \frac{2^2}{4} \geq \frac{(x+y)^2}{4}$$

$$\therefore 1 \geq xy$$

原式由算幾不等式得知

$$\begin{aligned} \frac{x}{y(x+1)} + \frac{y}{x(y+1)} &\geq 2\sqrt{\frac{x}{y(x+1)} \cdot \frac{y}{x(y+1)}} \\ &= 2\sqrt{\frac{1}{(x+1)(y+1)}} \\ &= 2\sqrt{\frac{1}{xy+x+y+1}} \geq 2\sqrt{\frac{1}{4}} = 1 \end{aligned}$$

$$\left(\begin{aligned} &\because 0 \leq xy+x+y+1 \leq 4 \\ &\Rightarrow \frac{1}{xy+x+y+1} \geq \frac{1}{4} \end{aligned} \right)$$

10