

北一女中 107 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：一年溫班 座號：6 號 姓名：陳晏婷

題號：1-6 頁碼/總頁數： (如果一題只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

設 $a-b=x$ ①

$a^2-b^2=y=(a+b)(a-b)$ ②

$a^3-b^3=z=(a-b)^3+3ab(a-b)$ ③

$(a+b)(a-b)=y$

$\Rightarrow a+b=\frac{y}{x}$ ④

由①④解 ab ，可得

$a=\frac{\frac{y}{x}+x}{2}, b=\frac{\frac{y}{x}-x}{2}$

$ab=\frac{\frac{y^2}{x^2}-x^2}{4}$ ⑤

將⑤代入③

$x^3+3 \times \frac{\frac{y^2}{x^2}-x^2}{4} \times x = z$

整理得 $3y^2=x(4z-x^3)$

$\therefore x, y$ 為質數，

$\therefore x=3$ 或 $x=y$

若 $x=y$ ，代入 $3y^2=x(4z-x^3)$

$3x^2=x(4z-x^3)$

$3x=4z-x^3$

$3x+x^3=4z$

$x(3+x^2)=4z$

$\therefore x$ 為質數， $\therefore x=2$ 或 z

當 $x=2$ ，則 $z=\frac{7}{2}$ (不合)

$x=z$ ，則 $x=0, -1, 1$ 均不合

故 $x=y$ 不成立

即 $x=3$ ，代入①得 $a-b=3$