

# 北一女中 103 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

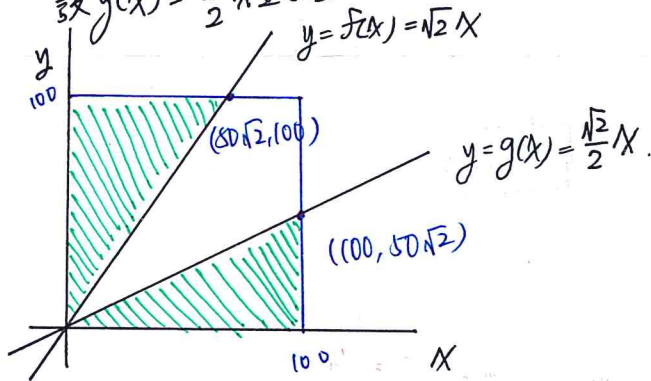
班別：二年 溢班 座號：20 號 姓名：陳心平



題號：6 頁碼/總頁數：6/6 (如果只有一頁，可不填)

10

針對  $a < \sqrt{2}b$  的範圍，  
 設  $f(x) = \sqrt{2}x$  並繪於座標平面。  
 針對  $\sqrt{2}b < 2a$  ( $\frac{\sqrt{2}}{2}b < a$ ) 的範圍，  
 設  $g(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}x$  並繪於座標平面。



以  $a$  為  $x$  值， $b$  為  $y$  值，將小於等於 100 的區間框起，(只討論  $a, b \in \mathbb{N}$ )  
 $a, b$  為最大值 (100) 時會與兩函數交於  $(100, 50\sqrt{2})$  和  $(50\sqrt{2}, 100)$   
 此時， $100 \times 100$  的正方形是  $a$  和  $b$  的所有組合。

由  $(0,0)$ ,  $(50\sqrt{2}, 100)$ ,  $(100, 100)$ ,  $(100, 50\sqrt{2})$  所組成的四邊形是  $a$  和  $b$  符合  $a < \sqrt{2}b < 2a$  的所有組合。  
 剩下的兩三角形面積相同且分別是  $a$  和  $b$  符合  $a > \sqrt{2}b$  的所有組合與  $a$  和  $b$  符合  $\sqrt{2}b > 2a$  的所有組合。  
 $(a < \frac{\sqrt{2}}{2}b)$

因此滿足  $\sqrt{2}b < a$  的組合有所有組合扣掉  $a < \sqrt{2}b < 2a$  組合的數量的一半，且  $f(x), g(x)$  函數以正整數代入時不會出現正整數解，不用處理邊界問題。

$$(100 \times 100 - 2958) / 2 = 3521$$

Ans. 3521