

北一女中 106 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二年 蒸 班 座號：39 號 姓名：龔郁婷



題號：1-5 頁碼/總頁數：4/5 (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

設 $m+n = x$
 $mn = y$

x, y 皆為大於 0 的整數
 因為 m, n 為正整數 $m+n = x \geq 2$

$$m^3 + n^3 = m^2 + 6mn + n^2$$

$$(m+n)(m^2 - mn + n^2) = (m+n)^2 + 4mn$$

$$x^3 - 3xy = x^2 + 4y$$

$$x^3 - x^2 = y(4 + 3x)$$

$$y = \frac{x^2(x-1)}{3x+4} \Rightarrow \because \frac{m+n}{2} \geq \sqrt{mn}, \therefore \frac{x^2}{4} \geq y$$

當 $x=2 \rightarrow y = \frac{2 \times 2 \times 1}{6+4}$ (不合)

$x=3 \rightarrow y = \frac{9 \times 2}{9+4}$ (不合)

$x=4 \rightarrow y = \frac{16 \times 3}{12+4} = 3$ $m \cdot n = 3 \cdot 1$

$x=5 \rightarrow y = \frac{25 \times 4}{19}$ (不合)

$x=6 \rightarrow y = \frac{36 \times 5}{22}$ (不合)

$x=7 \rightarrow y = \frac{49 \times 6}{25}$ (不合)

$x=8 \rightarrow y = \frac{8 \times 8 \times 7}{28} = 16$ $m \cdot n = 4 \cdot 4$
 $(m, n) = (4, 4)$

$$\frac{x^2}{4} \geq \frac{x^2(x-1)}{3x+4}$$

$$4x-4 \leq 3x+4$$

$$x \leq 8$$

$A_2: (3, 1) (1, 3) (4, 4)$