

北一女中 107 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

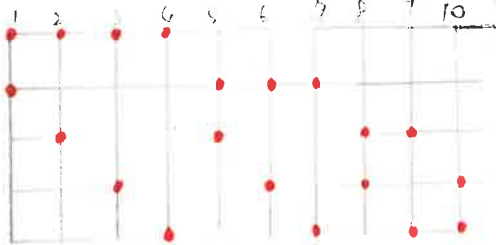
班別：一年溫班 座號：6號 姓名：吳曼婷、陳映蓁

題號：1-5 頁碼/總頁數： (如果一題只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

205個點塗成4種顏色，則必有一種顏色的點有52顆或以上，設紅色點有52個，因分布於41行，會有部分行有2個以上紅點。

狀況①：一行最多有二個紅點



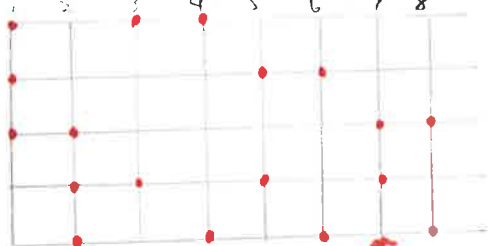
如果使各行的2個紅點無法連成矩形，則共有 $C_2^5 = 10$ 種情況。紅點剩 $52 - 20 = 32$ 個，但仍有 $41 - 10 = 31$ 行，則必有一行有兩個紅點，則必與前10行的其中一行連成矩形。

狀況②：一行最多有三個紅點，且只有一行有三個點 (不妨設是第1行)



如果要使其它有2個點的各行無法與第1行連成矩形，則有 $C_2^5 - C_2^3 = 7$ 種排法。紅點剩 $52 - 3 - 2 \times 7 = 35$ 個，但仍有 $41 - 1 - 7 = 33$ 行，同理必連成矩形。

狀況③：一行最多有三個紅點，且有兩行有三個紅點



如果要使其它有2個點的各行無法與前2行連成矩形，則共有 $C_1^3 \times C_1^2 = 6$ 種排法。紅點剩 $52 - 3 \times 2 - 2 \times 6 = 34$ 個，但仍有 $41 - 2 - 6 = 33$ 行，同理必連成矩形。

狀況④：一行最多有四個紅點



這樣就有紅矩形了

如果要使其它有2個點的各行無法與第1行連成矩形，則共有 $C_1^4 \times C_1^1 = 4$ 種排法。紅點剩 $52 - 4 - 2 \times 4 = 40$ 個，但仍有 $41 - 1 - 4 = 36$ 行，同理必連成矩形。

狀況⑤：一行最多有五個紅點



紅點剩 $52 - 5 = 47$ 個，但仍有 $41 - 1 = 40$ 行，同理必連成矩形。

經以上狀況①~狀況⑤討論，5個紅點必定會連成一矩形
 \Rightarrow 必有一種顏色的點連成一矩形