

北一女中 103 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二年 溢 班 座號：20 號 姓名：陳心平



題號：4 頁碼/總頁數：4/6 (如果只有一頁，可不填)

m, n 兩數至少要符合 $0.2015 > \frac{m}{n} \geq 0.2014$

$$\frac{2015}{10000} > \frac{m}{n} \geq \frac{2014}{10000}$$

10

轉換為 $2014n < 10000m < 2015n$

因此要找到最小的正整數 n ，使 $2014n, 2015n$ 在某個 $10000k$ 的兩側
(並且 n 越小， m 也會越小(反之亦然))

將 $2014n$ 分解為 $(2000+14)(5k+t) = \underbrace{10000k}_{\text{相同的部分}} + \underbrace{2000t + 70k + 14t}_{\text{產生在 } 10000k \text{ 兩個側情況的部分}}$

$2015n$ 分解為 $(2000+15)(5k+t) = \underbrace{10000k}_{\text{相同的部分}} + \underbrace{2000t + 75k + 15t}_{\text{產生在 } 10000k \text{ 兩個側情況的部分}}$
(其中 $t < 5$)

因 $2015n$ 除以 10000 所得商數要大於 $2014n$ 除以 10000 之商數，
才能使 $2014n, 2015n$ 在某個 $10000k$ 的兩側，

將分解後一定能被 10000 整除的 $10000k$ 去掉：

$$2014n \rightarrow 2000t + 70k + 14t$$

$$2015n \rightarrow 2000t + 75k + 15t$$

因為要將 $n(5k+t)$ 最小化，便要將 k 盡量減小。

在現在的式子中若 t 為最大值 4 便能使 k 最小。

$$2014n \rightarrow 8000 + 56 + 70k = 8056 + 70k$$

$$2015n \rightarrow 8000 + 60 + 75k = 8060 + 75k$$

便能從 10000 找起： $8056 + 70k < 10000 < 8060 + 75k$
得 $k=26$

使 n 最小 $\exists k=26, t=4$

此時 $n = 5 \times 26 + 4 = 134$

Ans. 134