

# 北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二年射班 座號：13 號 姓名：林以翎

題號：14 頁碼/總頁數：1/2 (如果只有一頁，可不填)  
 (請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

先列出 1~12 的平方：

$1^2$	$2^2$	$3^2$	$4^2$	$5^2$	$6^2$	$7^2$	$8^2$	$9^2$	$10^2$	$11^2$	$12^2$
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
+1	-1	-1	+1	0	+1	-1	-1	+1	0	+1	-1

以 5 為基準，尾數為 1 或 6 表示成 +1，4 或 9 表示成 -1，0 或 5 表示成 0，以此類推。

207 可表示為 +2 或 -3

+1, +1, 0, 0 or -1, -1, -1, 0  
 +1, +1, -1, -1

整理成 4 種情況：

	情況 1	情況 2	情況 3	情況 4
207	+1, +1, 0, 0	+1, +1, +1, -1	+1, +1, +1, -1	-1, -1, -1, 0
215	+1, +1, -1, -1	+1, -1, 0, 0	+1, +1, -1, -1	+1, +1, -1, -1
228	-1, -1, -1, +1	-1, -1, -1, +1	-1, -1, 0, 0	+1, +1, +1, 0

215 可表示為 0

+1, +1, -1, -1 or  
 +1, -1, 0, 0

228 可表示為 +3 或 -2

+1, +1, +1, 0 or -1, -1, 0, 0 or  
 -1, -1, -1, +1

情況 1：

$$207 = 25 + 100 + 81 + 1$$

(0) (0) (+1) (+1) (+1) × 1, 16, 36, 81, 121  
 (-1) × 4, 9, 49, 64, 144

以  $x$  表示個位數為  $x$  的  $n$  的完全平方數， $1 \leq n \leq 12$

$$228 = \underline{4} + \underline{4} + \underline{4} + \underline{6} \text{ or } \Rightarrow 4 + 64 + 144 + 6 = 212 + 16 = 228$$

$$\underline{4} + \underline{4} + \underline{9} + \underline{1} \text{ or } \Rightarrow 4 + 4 + 9 + 121 \Rightarrow \text{無解}$$

$$\underline{4} + \underline{9} + \underline{9} + \underline{6} \Rightarrow 4 + 9 + 49 + 6 \Rightarrow \text{無解}$$

得

$$\begin{cases} 207 = 25 + 100 + 81 + 1 = 1^2 + 5^2 + 9^2 + 10^2 \\ 215 = 9 + 36 + 49 + 121 = 3^2 + 6^2 + 7^2 + 11^2 \\ 228 = 4 + 64 + 144 + 16 = 2^2 + 4^2 + 8^2 + 12^2 \end{cases}$$

# 北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 二年射 班 座號： 13 號 姓名： 林以翎

題號： 1-4 頁碼/總頁數： 2/2 (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

情況 2:

$$215 = 25 + 100 + 8 + 9 \quad \begin{matrix} (+) & (0) & (+) & (-) \\ (+) & 1 & 16 & 36 & 8 & 121 \\ (-) & 4 & 8 & 49 & 64 & 144 \end{matrix}$$

得

$$207 = \underline{1} + \underline{6} + \underline{6} + \underline{4} \quad \text{or} \Rightarrow \underline{1} + \underline{16} + \underline{36} + \underline{4} \Rightarrow \text{無解}$$

$$\underline{1} + \underline{1} + \underline{6} + \underline{9} \Rightarrow 1 + 12 + 6 + 49 = 171 + 36 = 207$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 207 = 1 + 12 + 36 + 49 = 1^2 + 6^2 + 7^2 + 11^2 \\ 215 = 25 + 100 + 8 + 9 = 3^2 + 5^2 + 9^2 + 10^2 \\ 228 = 4 + 16 + 64 + 144 = 2^2 + 4^2 + 8^2 + 12^2 \end{array} \right.$$

情況 3:

$$228 = 25 + 100 + 103 \Rightarrow \text{無解}$$

情況 4:

$$228 = \underline{0} + \underline{1} + \underline{1} + \underline{6} \quad \text{or} \Rightarrow 100 + \underline{6} + \underline{1} + \underline{1} \Rightarrow \text{無解}$$

$$\underline{5} + \underline{1} + \underline{1} + \underline{1} \quad \text{or} \Rightarrow 25 + 1 + 8 + 12 = 228$$

$$\underline{5} + \underline{1} + \underline{6} + \underline{6} \Rightarrow 25 + 1 + 6 + 36 \Rightarrow \text{無解}$$

$$207 = \underline{0} + \underline{4} + \underline{4} + \underline{9} \Rightarrow 100 + \underline{4} + \underline{4} + \underline{9} \Rightarrow \text{無解}$$

答： 解 1:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{甲: } 1, 5, 9, 10 \\ \text{乙: } 3, 6, 7, 11 \\ \text{丙: } 2, 4, 8, 12 \end{array} \right.$$

解 2:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{甲: } 1, 6, 7, 11 \\ \text{乙: } 3, 5, 9, 10 \\ \text{丙: } 2, 4, 8, 12 \end{array} \right.$$