

北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：一年溫班 座號：26 號 姓名：蔡欣妤

題號：1-4 頁碼/總頁數：R4 (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

∴ 共 6 張牌為奇數

∴ 平方為奇數的有 6 張

又 207 為奇數，215 為奇數，228 為偶數。

⇒ 可分為 2 種狀況：

① 207 → 偶 + 偶 + 偶 + 奇

215 → 偶 + 奇 + 奇 + 奇

228 → 偶 + 偶 + 奇 + 奇

② 207 → 偶 + 奇 + 奇 + 奇

215 → 偶 + 奇 + 奇 + 奇

228 → 偶 + 偶 + 偶 + 偶

① 第一種狀況

∵ $1^2 = 1 \equiv 1 \pmod{4}$

$3^2 = 9 \equiv 1 \pmod{4}$

$5^2 = 25 \equiv 1 \pmod{4}$

$7^2 = 49 \equiv 1 \pmod{4}$

$9^2 = 81 \equiv 1 \pmod{4}$

$11^2 = 121 \equiv 1 \pmod{4}$

且偶數之平方皆為 4 的倍數

∴ 228 的 "偶 + 偶 + 奇 + 奇" 除 4 應餘 2

但 $228 \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow$ 矛盾。

故不合

北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：一年溫班 座號：26 號 姓名：蔡欣妤

題號：1-4 頁碼/總頁數：P.5 (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

② 第二種情況：

令 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 228$, a, b, c, d 皆為偶數, $a < b < c < d$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 228$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 57$$

$$\left\{ \frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{c}{2}, \frac{d}{2} \right\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{又 } 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 = 91 = 57 + 34 = 57 + 3^2 + 5^2$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{c}{2}, \frac{d}{2} \text{ 即為 } 1, 2, 4, 6$$

$$\Rightarrow a, b, c, d \text{ 為 } 2, 4, 8, 12$$

$\therefore 228$ 由 $2, 4, 8, 12$ 組成

$$(1) \begin{cases} 10^2 + e^2 + f^2 + g^2 = 207 \\ 6^2 + h^2 + i^2 + j^2 = 215 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} e^2 + f^2 + g^2 = 107 \\ h^2 + i^2 + j^2 = 119 \end{cases}$$

$$\because 11^2 = 121 > 107$$

$\therefore 11$ 必為 h, i, j 中之一數

$$\Rightarrow 6^2 + 11^2 + i^2 + j^2 = 215$$

$$\Rightarrow i^2 + j^2 = 58$$

$$\Rightarrow i, j \text{ 為 } 3, 7$$

$\therefore 215$ 由 $3, 6, 7, 11$ 組成

$\Rightarrow 207$ 由 $1, 5, 9, 10$ 組成

北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 一 年 溫 班 座號： 26 號 姓名： 蔡欣婷

題號： 1-4 頁碼/總頁數： R6 (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$(2) \begin{cases} 6^2 + k^2 + l^2 + m^2 = 207 \\ 10^2 + n^2 + p^2 + q^2 = 215 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k^2 + l^2 + m^2 = 171 \\ n^2 + p^2 + q^2 = 115 \end{cases}$$

$$\because 11^2 = 121 > 115$$

$\therefore 11$ 必為 k, l, m 中之一數

$$\Rightarrow 6^2 + 11^2 + l^2 + m^2 = 207$$

$$\Rightarrow l^2 + m^2 = 50$$

$\Rightarrow l, m$ 為 $1, 7$

$\therefore 207$ 由 $1, 6, 7, 11$ 組成

215 由 $3, 5, 9, 10$ 組成

\therefore 甲： $1, 5, 9, 10$

乙： $3, 6, 7, 11$

丙： $2, 4, 8, 12$

或 甲： $1, 6, 7, 11$

乙： $3, 5, 9, 10$

丙： $2, 4, 8, 12$

A: 甲： $1, 5, 9, 10$ 或 甲： $1, 6, 7, 11$
 乙： $3, 6, 7, 11$ 乙： $3, 5, 9, 10$
 丙： $2, 4, 8, 12$ 丙： $2, 4, 8, 12$