

北一女中 104 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二年御班 座號：21 號 姓名：唐佳瑜

題號：1-3 頁碼/總頁數：_____ (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

已知：

$$f(x) = ax + b$$

$$a, b \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} f(f(0)) = 0 \\ f(f(f(20))) = 15 \end{cases}$$

$$f(f(f(20))) = 15$$

求： $f(f(f(f(1)))) + f(f(f(f(2)))) + \dots + f(f(f(f(2015))))$
之值

$$f(0) = b$$

$$f(f(0)) = f(b) = ab + b = 0$$

$$b(a+1) = 0$$

(1) 若 $b=0$

$$\Rightarrow f(x) = ax$$

$$f(f(f(20))) = 15$$

$$f(f(20a)) = 15$$

$$f(20a^2) = 15$$

$$20a^3 = 15$$

$$a^3 = \frac{3}{4}$$

(不合, $\because a \in \mathbb{Z}$)

(2) 若 $a+1=0$

$$a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = -x + b$$

$$f(f(f(20))) = 15$$

$$f(f(-20+b)) = 15$$

$$f(20-b+b) = 15$$

$$-20+b = 15$$

$$b = 35$$

$$\Rightarrow f(x) = -x + 35$$

$$\therefore f(f(x)) = f(-x+35) = x$$

$$\therefore \text{得 } f(f(f(f(x)))) = x$$

$$\therefore f(f(f(f(1)))) + f(f(f(f(2)))) + \dots + f(f(f(f(2015))))$$

$$= 1 + 2 + \dots + 2015$$

$$= \frac{2015}{2} \cdot (1 + 2015)$$

$$= 2015 \cdot 1008$$

$$= 2031120$$

A: 2031120