

# 北一女中 105 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 三 年 公 班    座號： 30 號    姓名： 簡瑋廷

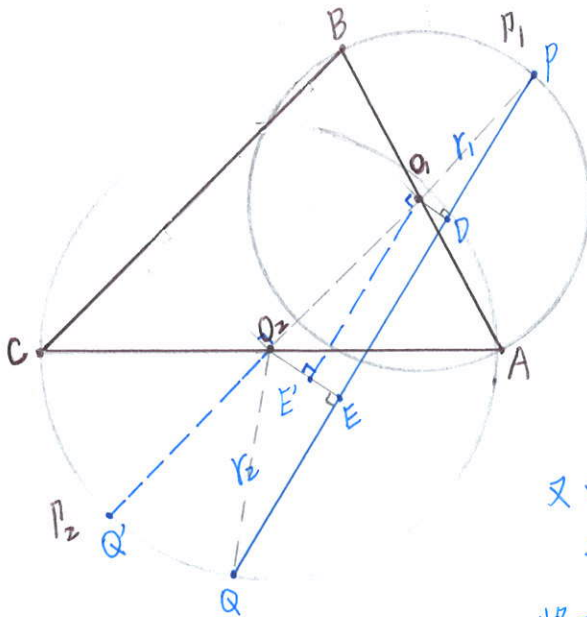
題號： 6-2    頁碼/總頁數： 2/5 (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

令  $r_1, r_2$  分別為  $P_1, P_2$  半徑

$$\Delta ABC \text{ 半周長} = \frac{1}{2} BC + r_1 + r_2$$

$D, E$  分別為  $PQ$  在  $P_1, P_2$  所截弦的中點。



1° 當  $P, Q$  與  $O_1, O_2$  不共線時。

在  $\Delta PDO_1, \Delta QEO_2$  中。

$$\overline{PD} < \overline{PO_1} = r_1, \quad \overline{QE} < \overline{QO_2} = r_2 \quad \text{--- ①}$$

又  $\because O_1, O_2$  分別為  $\overline{AB}, \overline{AC}$  中點。

$$\therefore \overline{O_1O_2} = \frac{1}{2} \overline{BC}.$$

將  $DE$  向左平移使  $D$  與  $O_1$  重疊。

$$\text{在 } \Delta O_1O_2E' \text{ 中, } \overline{O_1O_2} > \overline{O_1E'} \Rightarrow \frac{1}{2} \overline{BC} = \overline{O_1O_2} > \overline{DE} \quad \text{②}$$

$$\text{由 ①, ② 可得 } \overline{PQ} = \overline{PD} + \overline{DE} + \overline{QE} < r_1 + \frac{1}{2} \overline{BC} + r_2 = \Delta ABC \text{ 半周長}$$

2° 當  $P, Q$  與  $O_1, O_2$  共線時 (如圖中  $PQ'$ )

$$\overline{PQ'} = \overline{PO_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2Q'} = r_1 + \frac{1}{2} \overline{BC} + r_2 = \Delta ABC \text{ 半周長}$$

由 1°, 2°  $\Rightarrow \overline{PQ} \leq \Delta ABC \text{ 半周長}$ . 故得證 #