北一女中103學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：二 年 良 班　座號：21 號　姓名：陶佳妤

題號：1-1　　頁碼／總頁數：＿＿＿＿（如果只有一頁，可不填）

10

由 $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y+z}=\frac{1}{3} \\ \frac{1}{y}+\frac{1}{z+x}=\frac{1}{4} \\ \frac{1}{z}+\frac{1}{x+y}=\frac{1}{5} \end{cases}$ 通分得 $\begin{cases} \frac{y+z+x}{x(y+z)}=\frac{1}{3} \\ \frac{z+x+y}{y(z+x)}=\frac{1}{4} \\ \frac{x+y+z}{z(x+y)}=\frac{1}{5} \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x(y+z)=3(x+y+z) & \text{—①} \\ y(z+x)=4(z+x+y) & \text{—②} \\ z(x+y)=5(x+y+z) & \text{—③} \end{cases}$

①+②+③ 得 $xy+xz+yz+xy+zx+zy=12(x+y+z)$

$\rightarrow xz+xy+yz=6(x+y+z)$ —④

由④分別與①、②、③加減成得 $\begin{cases} yz=3(x+y+z) \\ xz=2(x+y+z) \\ xy=x+y+z \end{cases}$

$\rightarrow yz:xz:xy=3:2:1$

$\rightarrow \frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=3:2:1$

$\rightarrow x:y:z=2:3:6$

令 $x=2k$、$y=3k$、$z=6k$，代入①得 $k=\frac{11}{6}$

故方程解 $x=\frac{11}{3}$、$y=\frac{11}{2}$、$z=11$ #