

北一女中 106 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 三年勤 班 座號： 14 號 姓名： 林郁芬 

題號： 3-3(1) 頁碼/總頁數： 1/2 (如果只有一頁，可不填)
(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$\begin{aligned} & (x-a)^2 + (x^2-b)^2 \\ &= x^2 - 2ax + a^2 + x^4 - 2bx^2 + b^2 \\ &= x^4 + (1-2b)x^2 - 2ax + a^2 + b^2 \\ &= x^4 - 21x^2 - 8x + 137 \end{aligned}$$

由比較係數得

$$\begin{cases} 1-2b = -21 \\ -2a = -8 \\ a^2 + b^2 = 137 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 11 \end{cases}$$

$$A = (4, 11)$$

北一女中 106 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 三年 勤 班 座號： 14 號 姓名： 林有芬

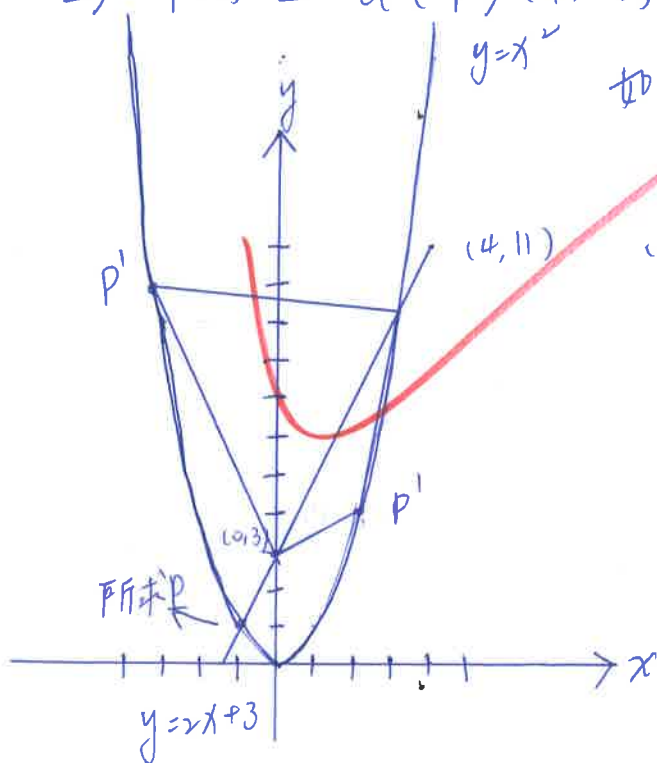
題號： 3-3(2) 頁碼/總頁數： 2/2 (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

設 $y = x^2$ ， $P(x, y)$ 為其上任意一點

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{x^4 - 4x^2 - 8x + 137} - \sqrt{x^4 - 5x^2 + 9} \\ &= \sqrt{(x-4)^2 + (x^2-11)^2} - \sqrt{x^2 + (x-3)^2} \\ &= \sqrt{(x-4)^2 + (y-11)^2} - \sqrt{x^2 + (y-3)^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = d(P; (4, 11)) - d(P; (0, 3))$$



如圖， \therefore 三角形兩邊之差 $<$ 第三邊 $d((4, 11); (0, 3))$

\therefore 所求之點必在 $(4, 11), (0, 3)$ 連線上，使得距離差恰為 $d((4, 11); (0, 3))$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ or } 3 \text{ (不合)} \\ y = 1 \end{cases}$$

$$f(x) \text{ 最大值為 } \sqrt{(4-0)^2 + (11-3)^2} = 4\sqrt{5}$$

此時 $x = -1$ #