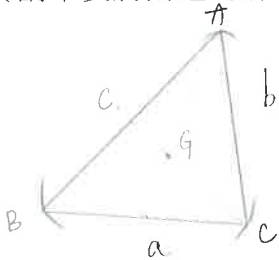


北一女中 106 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 二年溫班 座號： 6 號 姓名： 林姝廷

題號： 3-5 頁碼/總頁數： _____ (如果只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面)



10

$$\begin{aligned} \because \angle BGC < 90^\circ \\ \therefore \vec{GB} \cdot \vec{GC} > 0 \\ \because \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \\ \therefore |\vec{GB} + \vec{GC}|^2 &= |\vec{GA}|^2 \\ \Rightarrow |\vec{GB}|^2 + |\vec{GC}|^2 + 2\vec{GB} \cdot \vec{GC} &= |\vec{GA}|^2 \\ \Rightarrow |\vec{GA}|^2 - |\vec{GB}|^2 - |\vec{GC}|^2 &= 2\vec{GB} \cdot \vec{GC} > 0 \\ \Rightarrow |\vec{GA}|^2 > |\vec{GB}|^2 + |\vec{GC}|^2 &- \text{Q.E.D.} \end{aligned}$$

$$\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} \quad \text{--- ②}$$

$$\vec{BG} = \frac{1}{3}\vec{BA} + \frac{1}{3}\vec{BC} \quad \text{--- ③}$$

$$\vec{CG} = \frac{1}{3}\vec{CB} + \frac{1}{3}\vec{CA} \quad \text{--- ④}$$

將 ②、③、④ 三式代入 ①

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} \right|^2 &\geq \left| \frac{1}{3}\vec{BA} + \frac{1}{3}\vec{BC} \right|^2 + \left| \frac{1}{3}\vec{CB} + \frac{1}{3}\vec{CA} \right|^2 \\ \Rightarrow |\vec{AB}|^2 + |\vec{AC}|^2 + 2\vec{AB} \cdot \vec{AC} &\geq |\vec{BA}|^2 + |\vec{BC}|^2 + 2\vec{BA} \cdot \vec{BC} + |\vec{CB}|^2 + |\vec{CA}|^2 + 2\vec{CA} \cdot \vec{CB} \end{aligned}$$

$$\text{令 } \vec{BC} = a, \vec{AC} = b, \vec{AB} = c$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 - a^2 \geq a^2 + a^2 + c^2 - b^2 + a^2 + a^2 + b^2 - c^2$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 \geq 5a^2$$

$$\Rightarrow (b+c)^2 \geq 5a^2 + 2bc$$

$$\text{又 } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\Rightarrow 2bc = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{\cos A} \geq \frac{4a^2}{\cos A} > 4a^2$$

$$\therefore (b+c)^2 \geq 5a^2 + 2bc > 9a^2$$

$$\Rightarrow b+c > 3a \quad \text{得證} \quad \#$$