

北一女中 107 學年度下學期《數戰數決》有獎徵答活動

第六期題目：

2019 年 06 月 13 日下午 1 點鐘截止

6-1 將所有奇質數由小至大排成一個數列，已知 p, q 是此數列的連續兩項。

請證明： $p+q$ 必定可以分解成三個「大於 1 的整數」之乘積。

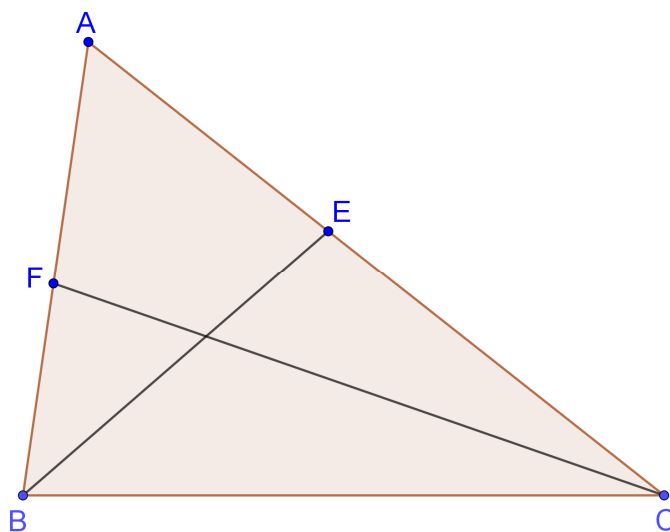
例如： $23+29=2\times 2\times 13$ ； $43+47=3\times 5\times 6$ 。

6-2 已知數學研究社共有 n 名社員。某日，他們每個人都從 $1, 2, 3, \dots, 8$ 之中

任選 3 個相異的數，後來他們比對之後發現：任意兩人選的數都至多只有一個數是重複的。請問 n 的最大可能值為何？

6-3 對於 $\triangle ABC$ ，作 $\angle B$ 的內角平分線交 \overline{AC} 於點 E ，作 $\angle C$ 的內角平分線交 \overline{AB}

於點 F ，如下圖。若 $\overline{BF} + \overline{CE} = \overline{BC}$ ，試求 $\angle A$ 所有可能的度數。

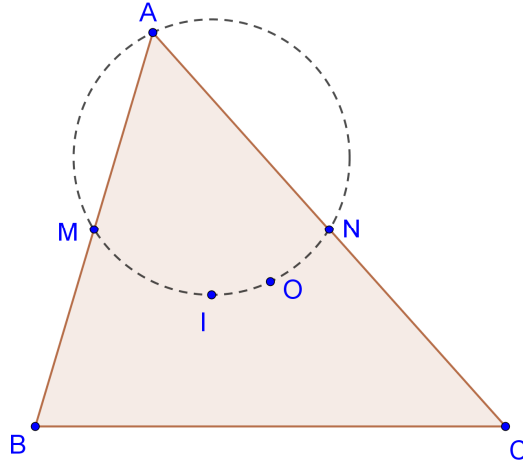


6-4 試求方程組
$$\begin{cases} x^5 = y + y^5 \\ y^5 = z + z^5 \\ z^5 = w + w^5 \\ w^5 = x + x^5 \end{cases}$$
 之實數解。

6-5 已知 $\triangle ABC$ 中有 $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{BC}$ 。

取 M 、 N 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中點，且 I 、 O 分別為 $\triangle ABC$ 的內心、外心。

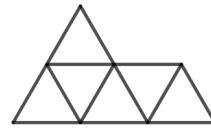
請證明： A 、 M 、 I 、 O 、 N 五點共圓。



6-6 小綠有無窮多個相同的「拼片」，
拼片的樣子如右，每一個拼片都是由
6 個邊長為 1 的正三角形所構成。

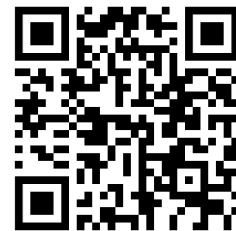
小綠想用這些拼片（可以任意轉動，也可以翻轉）

拼成一個邊長為 n 的正三角形（完整的正三角形，中間不可有空洞），
請問 n 的最小值為何？



數戰數決網站

臉書粉絲專頁



請務必記得，每一期的徵答題在截止日期前

都不能在粉絲頁上討論喔！