

北一女中 106 學年度下學期《數戰數決》有獎徵答活動

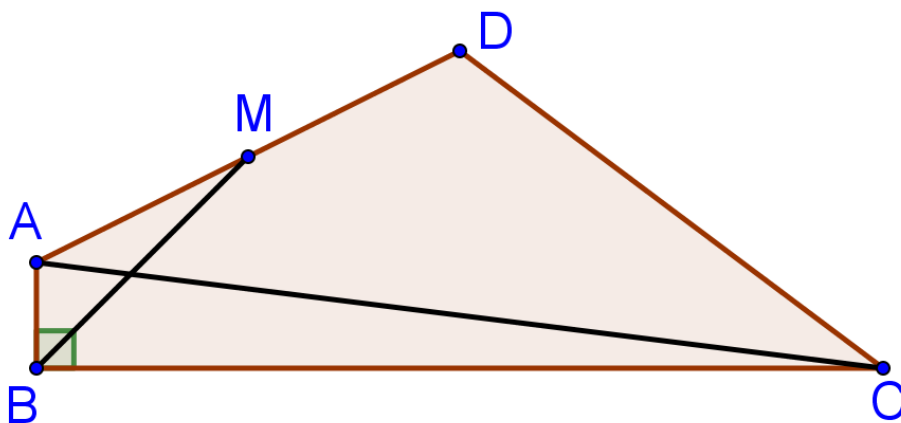
第六期題目：

2018 年 06 月 14 日下午 1 點鐘截止

6-1 請找出方程組 $\begin{cases} y = 4x^3 + 12x^2 + 12x + 3 \\ x = 4y^3 + 12y^2 + 12y + 3 \end{cases}$ 的所有實數解。

6-2 已知 $ABCD$ 為平面上的凸四邊形，且 $\angle ABC = 90^\circ$ 。

若 M 是 \overline{AD} 的中點，連接 \overline{MB} 、 \overline{AC} ，請證明： $\overline{AC} + \overline{CD} \geq 2\overline{MB}$ 。



6-3 已知 $f(x)$ 是多項式函數。請找出所有滿足以下條件的 $f(x)$ ：
 $f(1) = 7$ 、 $f(2) = 2018$ ，且 $f(x)$ 的每項係數都是非負整數。

6-4 如下圖，小綠做了一題直式乘法的練習，做完後他發現他寫下的每個數字恰好都是質數（亦即下圖中的每個英文字母都是 2、3、5、7 其中之一），請你把所有可能的直式乘法都完整寫出來，並寫明推論過程。

$$\begin{array}{r}
 A B C \\
 \times D E \\
 \hline
 F G H I \\
 J K L M \\
 \hline
 V W X Y Z
 \end{array}$$

6-5 已知小綠總共包了 100 顆粽子，而這 100 顆粽子只分成 10 種口味。請證明：小綠可以把這 100 顆粽子分裝成 10 盒，每一盒恰有 10 顆粽子，且每一盒都至多只包含 2 種口味的粽子。

6-6 如下圖，已知 $ABCD$ 為正方形，令 Γ 為其內切圓，且 Γ 與 \overline{AD} 、 \overline{BC} 分別相切於點 M 、 N 。在 \overline{NC} 取一點 P ，連接 \overline{AP} ；再於 \overline{CD} 上取一點 Q ，使得 $\overline{MQ} \parallel \overline{AP}$ 。連接 \overline{PQ} ，請證明： \overline{PQ} 與 Γ 相切。

